О внутренней норме прибыли IRR и приоритетности инвестиций

М.А. Шнепс-Шнеппе

***Аннотация*— Статья посвящена методам оценки эффективности инвестиций. В работе изучены два критерия измерения эффективности инвестиций: внутренняя норма прибыли IRR и дисконтированная суммарная прибыль NPV. Показано преимущество критерия IRR перед NPV. Предложен новый критерий приоритетности инвестиций IPI (Investment Priority Index), который является обобщением критерия IRR. Показано применение критерия IPI в задачах внедрения новой техники при учете заменяемой техники. В работе также приведены модели вычислений с учетом и без учета инфляции.**

***Ключевые слова*— инвестиции; эффективность; цифровая экономика; NPV; IRR; Investment Priority Index**

I. Введение

В [1] мы сравнивали два наиболее известных критерия измерения эффективности инвестиций: IRR (Inner Rate of Return) – внутреннюю норму прибыли и NPV (Net Profit Value) – дисконтированную суммарную прибыль и показали предпочтение критерия IRR перед критерием NPV. В настоящей статье дадим обобщение критерия IRR, которое принадлежит А.А. Блюсину и кратко изложено им в тезисах конференций [2, 3]. Новый критерий назван индексом приоритетности инвестиций IPI (Investment Priority Index).

Сами исследования эффективности инвестиций, что описано в [1] и продолжены в настоящей статье, возникли как критика на нормативный документ советского времени (1988 г.) «Методические рекомендации комплексной оценки эффективности мероприятий, направленных на ускорение научно-технического прогресса» [4] (назовем этот документ МР-88). Эти «Методические рекомендации» полагали повсеместное применение критерия NPV – дисконтированной суммарной прибыли, якобы, более соответствующего условиям плановой экономики, что, на наш взгляд, было не верно. К тому же этот документ МР-88 обладал одним существенным недостатком (по сравнению с прежним документом МР-60 [5], который был разработан почти тридцатью годами ранее): рассматривая варианты внедрения новой техники, в МР-88 не учитывались возможные потери от замены «старой» техники.

Статья получена 27 июля 2017.

М.А. Шнепс-Шнеппе – д.т.н, профессор, генеральный директор ООО «ЦКБ-Абаванет» (email: sneps@mail.ru).

Дадим математическое определение критериев NPV и IRR.

Если Q_t есть ожидаемый доход от инвестиционного мероприятия, т.е. разность между выручкой и затратами в t-ый год, T-расчетный срок, а E - величина банковского процента, то дисконтированная суммарная прибыль NPV определяется по формуле:

$$NPV = \sum_{t=0}^{T} Q_t \frac{1}{(1+E)^t} \quad (1)$$

Для этого же инвестиционного проекта его норма эффективности (внутренняя норма прибыли IRR) определяется как корень уравнения

$$\sum_{t=0}^{T} Q_t \frac{1}{(1+IRR)^t} = 0 \quad (2)$$

II. Статическая задача оптимизации инвестиций

Начнём с известной математической задачи о рюкзаке и покажем, что её экономическая интерпретация даёт решение статической задачи оптимизации инвестиций.

Пусть имеется рюкзак объёма Z, а также имеются N предметов: указан объём каждого предмета Z_i и его полезность $P_i, i = 1,2 \ldots, N$. Требуется выбрать оптимальный состав рюкзака из данного набора предметов такой, чтобы

$$\sum_{i\in I} P_i = \max_{I\in\{1,2,\ldots,N\}} \quad (3)$$

при условии $\sum_{i\in I} Z_i \le Z$

При необходимости допускается дробление предмета, т.е. можно брать часть предмета объёмом αZ_i, где 0<α<1, считая при этом, что его полезность равна αP_i.

Теорема I. Задача о рюкзаке. Оптимальную полезность рюкзака обеспечивает следующая процедура:

а) предметы следует упорядочить в порядке убывания их удельной полезности P_i/Z_i,

б) считая, что этот порядок совпадает с ростом индекса i и если для первых l предметов выполняется условие $\sum_{i=i}^{l} Z_i = Z$, то искомым множеством является множество $\{1,2,\ldots,l\}$,

в) если же $\sum_{i=1}^{l-1} Z_i < Z < \sum_{i=1}^{l} Z_i$, то оптимальный набор состоит из первых l – 1, к которому добавлена часть предмета l величины αZ_l, где $\alpha = (Z - \sum_{i=1}^{l-1} Z_i)/Z$.

Доказательство теоремы следует из рассуждений от противного.

Экономическая интерпретация. Если под Z понимать наличный капитал (максимум возможных затрат), под предметами понимать инвестиционные проекты, которые требуют затрат Z_i и способны дать результаты размера P_i через один и тот же интервал времени, например, через год, i=1,2,…,N, то задача оптимизации рюкзака эквивалентна выбору такого максимального числа l инвестиционных проектов из списка проектов, упорядоченных в порядке убывания отношения P_i/Z_i, чтобы суммарные затраты не превосходили наличный капитал, т.е. $\sum_{i=1}^{l} Z_i \leq Z$

Тем самым математически строго доказана простейшая задача об оптимизации инвестиций, которую мы назвали статической задачей. Слово «статическая» здесь использовано в смысле единовременная, так как все рассматриваемые проекты имеют равную длительность (скажем, год; хотя может быть и другой период времени, важно лишь, чтобы он был одним и тем же для всех проектов).

Пример. Для иллюстрации Теоремы I приводим численный пример.

Пусть имеется одна единица денежных средств (например, миллион рублей), даны три проекта, различающиеся затратами и результатами:

$Z_1 = 1$; $P_1 = 3$; $Z_2 = 0{,}6$; $P_2 = 2{,}5$; $Z_3 = 0{,}4$; $P_3 = 2$ (см. рис. 1). Результаты получаются через расчётный период T=I год.

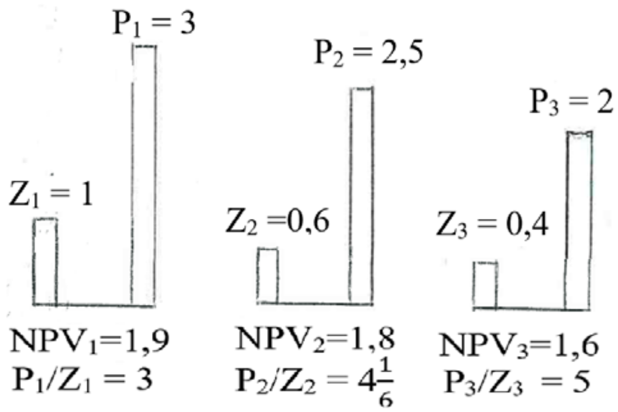

Рис. 1. Сравнение трёх вариантов инвестиций при Z=1: оптимальным, согласно критерию NPV, является первый проект; по решению же задачи о рюкзаке следует внедрять второй и третий проекты

Согласно формуле (1) проекты следует упорядочить в порядке 1, 2, 3, так как NPV_1=1.9; NPV_2=1.8; NPV_3=1.6, и реализации подлежит первый проект.

Решение же задачи о рюкзаке (Теорема 1) даёт обратный порядок проектов $P_1/Z_1 < P_2/Z_2 < P_3/Z_3$, так как $P_1/Z_1 = 3$; $P_2/Z_2 = 4\frac{1}{6}$; $P_3/Z_3 = 5$, т.е. самым выгодным является третий проект, и имеющуюся единицу денег следует вложить в третий и второй проекты. Это решение позволяет при тех же затратах $Z_2 + Z_3 = 1$ получить результаты $P_2 + P_3 = 4{,}5$, а не $P_1 = 3$, как в первом случае.

Замечание. Найденное решение можно усмотреть непосредственно из анализа исходных данных, так как в уме легко перебрать возможные варианты. В общем же случае перебор вариантов невозможен. Требуется регулярная процедура оптимального выбора инвестиций, что и обеспечивает Теорема 1.

III. Динамические задачи оптимизации инвестиций

Постановка задач. Исходную динамическую задачу оптимизации инвестиций будем понимать следующим образом:

а) имеется некоторое множество проектов инвестиций с заданными экономическими описаниями затрат и результатов во времени;

б) затраты и результаты выражены в денежных единицах;

в) имеется известный начальный капитал в момент T=0;

г) время дискретно; единицей времени является год;

д) проекты инвестиций взаимно независимы;

ж) для каждого T>0 определена сумма текущих скрытых (по незавершённым проектам) и явных результатов;

з) требуется отобрать такие проекты, чтобы минимизировать время достижения заданного состояния (суммы текущих скрытых и явных результатов) или максимизировать указанную сумму к каждому текущему моменту T.

Проекты инвестиций можно делить на три группы в порядке роста сложности их описания:

а) одноразовые затраты и получение одноразовых результатов через некоторый интервал времени, который называется лагом; такие проекты назовём простыми;

б) одноразовые затраты с получением результатов в разные моменты времени (распределённые лаги);

в) наиболее общий случай – распределённые во времени затраты и результаты.

Введем основные понятия.

а) Пусть дан простой проект: одноразовые затраты Z и одноразовые результаты P, получаемые через τ лет. Обозначим такой проект тройкой чисел (Z, τ, P) и введём показатель γ, определяемый по формуле:

$$\gamma = \left(\frac{P}{Z}\right)^{\frac{1}{\tau}} \quad (4)$$

и используем его далее для характеристики приоритетности данного простого проекта среди других простых проектов.

Дадим математическое обоснование этого показателя. Согласно формуле (2) при обозначении $\gamma = 1+IRR$ имеем уравнение

$$-Z + P\frac{1}{\gamma^{\tau}} = 0 \qquad (5)$$

откуда после алгебраических преобразований следует (4).

б) Ниже для подсчёта скрытых результатов нам понадобится рассматривать незавершённые проекты, например, проект (Z, τ, P) в некоторый момент $\tau_1 < \tau$.

Теорема 2. О дроблении проектов. Каждому проекту (Z, τ, P) в момент $\tau_1 < \tau$ можем сопоставить два проекта (Z, τ_1, P_1) и $(Z_2, \tau - \tau_1, P)$, где

$$P_1 = Z_2 = Z\left(\frac{P}{Z}\right)^{\frac{\tau_1}{\tau}} \qquad (6)$$

и такую операцию назовём дроблением проекта по времени.

Доказательство утверждения (6) состоит из двух шагов.

Первый шаг. Дадим обоснование этой операции, её иллюстрирует рис. 2. Для любого τ_1 из области $0 < \tau_1 < \tau$ и данного Z из (5) имеем

$$P_1 = Z\gamma^{\tau_1} = Z\left(\frac{P}{Z}\right)^{\frac{\tau_1}{\tau}} \qquad (7)$$

что доказывает вторую половину (6).

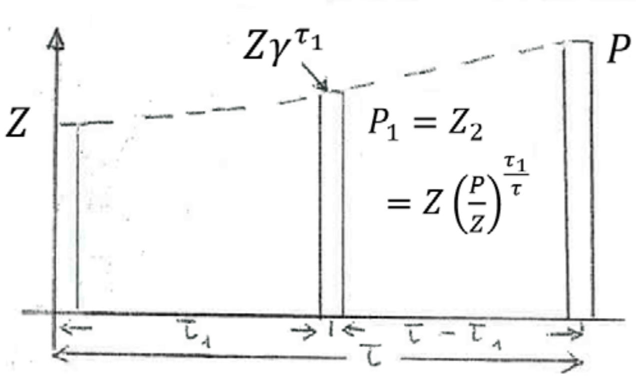

Рис. 2. Дробление проекта по времени

Второй шаг. Величину P_1 будем понимать, как скрытые результаты незавершённого проекта (Z, τ_1, P_1), другими словами, будем считать, что на рынке ценных бумаг результаты проекта (Z, τ, P) в момент τ_1 имеют стоимость P_1. Для оставшейся части, то есть для проекта $(Z_2, \tau - \tau_1, P)$ скрытые результаты P_1 будем считать исходными затратами Z_2, что доказывает первую половину утверждения (6).

Базовая динамическая задача. Даны N простых проектов (Z_i, τ_i, P_i), которые характеризуются затратами Z_i, результатами P_i и лагами τ_i, $i=1,2,\ldots,N$. Дан начальный капитал Z. Получаемые результаты можно использовать для осуществления любого из оставшихся проектов. При выборе решения об инвестициях допускается дробление проектов по затратам и во времени.

Требуется выбрать такую стратегию отбора проектов в каждый очередной момент получения результатов, при которой к каждому моменту *T* сумма скрытых и явных результатов (с учётом возможности дробления по времени) была бы максимальной.

Теорема 3. Для получения оптимального решения базовой динамической задачи:

а) достаточно упорядочить данные проекты (Z_i, τ_i, P_i), $i=1,2,\ldots,N$, в порядке убывания показателя

$$\gamma_i = \left(\frac{P_i}{Z_i}\right)^{\frac{1}{\tau_i}} \qquad (8)$$

б) в каждый текущий момент времени (включая начальный) оптимальным набором проектов считать первые l проектов из упорядоченного списка по пункту (а) с учётом возможности дробления по затратам последнего из отобранных проектов;

в) сумма затрат в каждый очередной момент получения результатов должна равняться сумме этих результатов с учётом дробления по времени незавершённых проектов.

Доказательство теоремы следует вести от противного.

Замечание. Базовая динамическая задача эквивалентна задаче об оптимальном росте экономической системы, в которой результаты реализованных проектов вкладываются в новые проекты. В рассуждениях можно допустить, что одним из проектов является вложение денег в банк.

Одноразовые затраты – многоразовые результаты. Эта задача с распределёнными лагами. Её удаётся свести к базовой динамической задаче путём дробления проектов по затратам в пропорции, определяемой приведёнными к начальному моменту результатам, а именно, пусть дан сложный проект с одноразовыми затратами *Z* и многоразовыми результатами *Pi* через лаги τ_1, $i=1,2,\ldots,n$. Запишем это в виде $(Z;\ \tau_1,\ P_1;\ \ldots;\tau_n,\ P_n)$. Такой сложный проект сводим к *n* простым проектам: (Z_i, τ_i, P_i), где $Z_i = P_i\gamma^{-\tau_i}$. Эти все *n* простых проектов имеют одно и то же значение γ, определяемое из

$$Z - \sum_{i=1}^{n} P_i\gamma^{-\tau_i} = 0 \qquad (9)$$

Рисунок 3 иллюстрирует описанную процедуру дробления проекта «одноразовые затраты – многоразовые результаты».

Возникает вопрос: в каком порядке выбирать проекты из списка n простых проектов? Так как все они имеют одно и то же значение γ, определяемое уравнением (9), то в общем списке n проектов все они идут подряд, и порядок их выбора не имеет значения. Этому факту можно дать и такое пояснение: любой рубль, вложенный в какой-либо из этих n проектов, через год даст γ рублей.

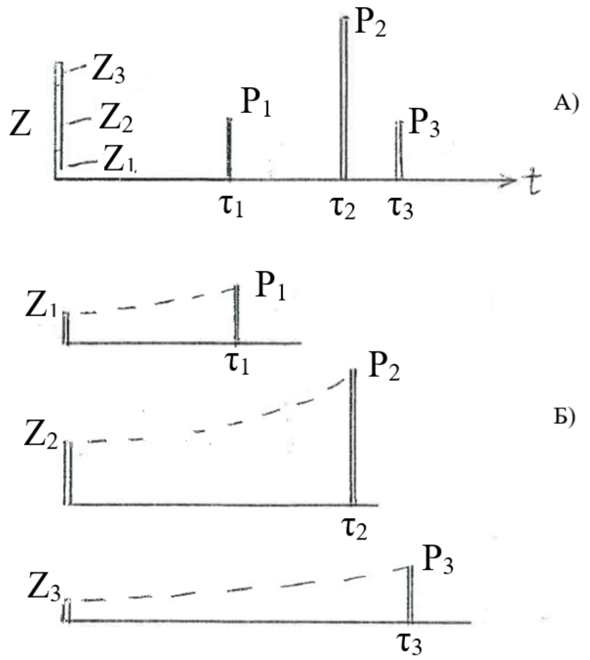

Рис. 3. Дробление проекта при одноразовых затратах и распределённых лагах: А) исходный сложный проект; Б) три новых простых проекта (по числу моментов получения результатов)

Многоразовые вложения. Это – третий тип инвестиционных проектов. Он непосредственно не сводится к базовой динамической задаче и для него оптимальную процедуру следует искать решением оптимизационной задачи в целом для заданного множества инвестиционных проектов. На основе решения базовой динамической задачи в случае многоразовых (распределённых) вложений можно строить приближённые эвристические решения.

IV. Обобщение критерия IRR по Блюсину

Формулировка критерия IPI. Для рассмотренных выше трёх типов инвестиционных мероприятий инструментом отбора является показатель γ, который получается из того же уравнения и из тех же исходных данных, что и IRR. Однако выявленные нами возможности и целесообразность именно такого применения показателя γ (а, значит, и IRR) прямо не могут быть перенесены на случаи более сложных и часто встречающихся мероприятий и условий их проведения. Чтобы охватить эти случаи и облегчить анализ вариантов инвестиций, мы вводим новый показатель IPI (Investment Priority Index) со своими правилами его определения и использования.

Обращаем внимание на применение IPI для целей ранжирования вариантов инвестиций.

Ограничимся дискретным распределением затрат и результатов и конечным сроком службы *j*-проекта T_j, то критерий IPI определяется как корень уравнения

$$\sum_{t=0}^{T_j} \frac{\mu(t) q_{jt}}{(1+IPI)^t} = 0 \qquad (10)$$

где *t* – время, отсчитываемое от начального момента инвестиций *t=0* и длящееся, в общем случае, сколь угодно долго. μ(t) - отношение ожидаемой средней покупательной способности денежной единицы (рубля) в момент *t* к его начальному курсу в начале *t=0*; для случая инфляции с постоянным темпом падения курса $\mu(t) = i^t$; q_{jt} - суммарная величина изменений, вызываемая данным вариантом инвестиций *j* в момент *t*.

Выражение (10) имеет очевидную аналогию с уравнением (2), определяющим значения показателя IRR. Существенные различия между (2) и (10) заключаются в определении величин Q_t и q_{jt} соответственно, что иллюстрирует приводимые ниже численные примеры.

Пример 1. Об учёте заменяемой техники. Сравним два проекта.

1) Пусть дан новый проект (без заменяемого варианта), характеризуемый показателями затрат $Z_1 = 1$ и получаемых через год результатов $P_1 = 2{,}4$.

2) Для другого проекта, который предполагает замену существующей технологии (или предприятия), $Z_{2н} = 1{,}2$; $P_{2н} = 3$ тоже через год (рис. 4). Соответствующие показатели технологии, заменяемой вторым проектом, который назовём базовым проектом, равны $Z_{2б} = 0{,}2$ и $P_{2б} = 1{,}8$. (Здесь индекс н – обозначает «новый», б – «базовый».)

Если следовать рекомендациям МР-88, т.е. формуле NPV = P – Z(1+E), где E = 0,1, по первому проекту имеем $NPV_1 = 1{,}3$, по второму проекту $NPV_{2н} = 1{,}7$, а по заменяемой технике $NPV_{2б} = 1{,}6$. Следовательно, лучшим оказывается второй проект (проект «2н»).

Тот же выбор получим и с применением критерия IRR. Действительно, для условий нашего примера уравнение (2) принимает вид: – Z + P(1+IRR) –1 = 0 или же IRR =P/Z – 1. Подставляя сюда значения вариантов, получим $IRR_1 = 2{,}4/1 – 1 = 1{,}4$; $IRR_{2н} = 1{,}5$; т.е. $IRR_1 < IRR_{2н}$. Следовательно, согласно критерию IRR, проект «2н» также предпочтительнее первого проекта.

Рис. 4. Сравнение двух простых проектов: так как $NPV_1 < NPV_{2н}$, то, согласно методике МР-88, второй проект предпочтительнее первого

На самом же деле нетрудно видеть, что, если учесть заменяемую технику, реализация второго проекта существенно хуже, чем первого. Действительно, объём требуемых им дополнительных затрат равен разнице между затратами новой технологии («2н») и затратами по базовому варианту («2б»), т.е. 1,2 – 0,2 = 1. Заметим, что такие же затраты требуются по первому варианту.

Зато объём дополнительно получаемых результатов по второму проекту соответственно равен 3 – 1,8 = 1,2, что в два раза меньше результатов первого проекта. Следовательно, преимущество первого проекта не должно вызывать сомнения.

К такому же выводу мы придём, воспользовавшись сравнением по критерию IPI, т.е. по корням уравнения (10), принимающего для условий данного примера вид (без учёта инфляции, т.е. μ(t) = 1):

$$q_{j0} + \frac{q_{j1}}{1+IPI} = 0 \tag{11}$$

$IPI = -q_{j1}/q_{j0} - 1$

где q_{j0} и q_{j1} – изменения, вызванные реализацией проекта в моменты: (1) осуществления затрат (в момент t=0) и (2) получения результатов (t=1) при j = 1 и 2.

По первому проекту имеем $q_{10} = -1$ и $q_{11} = 2{,}5$ и из (11) следует, что $IPI_1 = 1{,}5$. По второму проекту в соответствии с определением величин q_t должны быть учтены изменения, т.е. $q_{20} = -1{,}2 - (-0{,}2) = -1$, $q_{21} = 3 - 1{,}8 = 1{,}2$ и получаем значение $IPI_2 = 0{,}2$. Следовательно, по критерию IPI первый проект предпочтительнее второго. Этот простой пример ярко демонстрирует изъяны методики МР-88, которая следует критерию NPV.

Пример 2. Учёт инфляции. Возьмём численные данные предыдущего примера, только положим падение курса рублю равным 20%, т.е. $\mu_1 = 0{,}8/1 = 0{,}8$. Тогда вместо (11) из (10) имеем

$$q_{j0} + \frac{\mu_1 q_{j1}}{1+IPI} = 0 \tag{12}$$

и по первому проекту получаем $IPI_1 = 1$, по второму проекту имеем $IPI_2 = (0{,}8x1{,}2)/1 - 1 = -0{,}04$.

Следовательно, при наличии инфляции второй проект также является убыточным.

V. Выводы

В настоящей работе предложен новый критерий приоритетности инвестиций IPI (Investment Priority Index), который служит инструментом упорядочения вариантов инвестиций и оптимального распределения инвестиционного капитала.

Предлагаемый критерий IPI имеет отношение к широко известному в рыночной экономике показателю внутренней нормы прибыли IRR (Inner Rate of Return), вместо которого в советской методике анализа эффективности мероприятий научно-технического прогресса 1988 года предложен показатель дисконтированной суммарной прибыли NPV (Net Profit Value).

Предложенный критерий IPI основан на экономической интерпретации математической задачи о рюкзаке, из которой следует оптимальный способ упорядочения инвестиционных проектов при равных лагах.

На основе задачи о рюкзаке доказана теорема об оптимизации инвестиций для проектов «одноразовые вложения – одноразовые результаты» и «одноразовые вложения – многоразовые результаты».

На численных примерах продемонстрированы преимущества предложенного критерия IPI в случае учёта заменяемой техники и наличия инфляции. Показано, что IPI, как правило, даёт более выгодные рекомендации по инвестициям, чем ранее использованный критерий NPV.

Для простейших мероприятий (отсутствие заменяемой техники, отсутствие инфляции и др.) величина IPI, как правило, совпадает с величиной критерия IRR.

Библиография

[1] М.А. Шнепс-Шнеппе. Как измерить эффективность инвестиций: критика рассуждений Пьера Массе// International Journal of Open Information Technologies. – 2017. – Т. 5. – № 8.

[2] А.А. Блюсин. Критерий эффективности научно-технических мероприятий // Проблемы и методы ускорения научно-технического прогресса на основе применения ВТ и автоматизированных систем, ч. 1. М., ВНИИПОУ, 1985.

[3] А.А. Блюсин. Модель определения приоритетных направлений инвестиций // Региональные проблемы экономики, организации и управления НТП (Всесоюзная конференция, 1986, Ташкент), М., ВНИИПОУ, 1986.

[4] Комплексная оценка эффективности мероприятий, направленных на ускорение научно-технического прогресса. Методические рекомендации и комментарии по их применению. М., 1989, 118 с.

[5] Типовая методика определения экономической эффективности капитальных вложений и новой техники в народном хозяйстве СССР, М., Госпланиздат, 1961.

On the internal rate of return of IRR and the priority of investments

Manfred Sneps-Sneppe

***Abstract*— The article is devoted to methods for assessing the effectiveness of investments. Two criteria for measuring the effectiveness of investments were studied: the internal rate of return (IRR) and the discounted total profit (NPV). The advantage of the IRR test before NPV is shown. A new investment priority criterion IPI (Investment Priority Index) is proposed, which is a generalization of the IRR criterion. The application of the IPI criterion in the problems of introducing new technology is shown when taking into account the replaced technology. The work also presents models of calculations with and without inflation.**

***Keywords*— investments; efficiency; Digital economy; NPV; IRR; Investment Priority Index.**