

# Представление множества натуральных чисел в виде динамической системы дискретного времени

Г. Г. Рябов

**Аннотация** – Статья является продолжением тематики исследования структуры натуральных чисел. В статье дано представление множества натуральных чисел как динамической системы дискретного времени, и представлено построение фазового пространства системы на базе траекторий плоского бильярда и бильярдного графа. Рассматривается хромодинамика натуральных чисел. Дан вывод диофантовых уравнений для бильярдных траекторий.

**Ключевые слова** - динамическая система дискретного времени, бильярдный граф, фазовое пространство бильярдных траекторий, диофантовы уравнения, метод Фейнмана.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Употребление термина «бильярдная траектория» является далеко не метафорой, достаточно указать основополагающую в этой области работу А.Л. Бунимовича, Я.Г. Синая, Н.И. Чернова [1], из которой ниже приведен первый абзац: «...свойства динамических систем, порождаемых свободным движением с упругими отражениями от границы. Такие системы называются бильярдами.

**Определение.** Пусть  $Q$  -ограниченная область с кусочно-гладкой границей в евклидовой плоскости  $R^2$ . Бильярдом называется динамическая система, порожденная движением точечной частицы с постоянной единичной скоростью внутри  $Q$  и упругими отражениями от границы  $\partial Q$ . Под упругим отражением, как

обычно, понимается такое, при котором угол падения равен углу отражения».

В рассматриваемом случае граница области  $\partial Q$  - кусочно-линейная. Предметный прообраз границы - 3 борта бильярдного стола (без луз для игры в «карамболь») и полубесконечная протяженность самого стола (рис. 1). Прообразом точки может служить движение бильярдного шара, пущенного под углом  $\pi/4$  к границе и его незатухающие отражения от бортов, уходящие в бесконечность.

Нижеследующему изложению предшествовали работы, опубликованные в 2015-2017 гг. [2,3], результаты которых будут использованы. Ссылки на конкретные результаты будут даны в процессе изложения.

Предложено представление множества всех натуральных чисел в виде бесконечной таблицы  $T(N/6)$  из 6 строк. Каждая строка является последовательностью членов бесконечной арифметической прогрессии с разностью  $d=6$  и начальными членами соответственно 2, 3, 4, 5, 6, 7. Обозначения множеств членов каждой строки:

$$S(2/6); S(3/6); S(4/6); S(5/6); S(6/6); S(7/6);$$

Эти множества образуют две полугруппы по сложению и умножению [2]. Таблицы действий этих полугрупп представлены в Табл. 1.

Г.Г. Рябов - НИВЦ, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия (e-mail: gen-ryabov@yandex.ru)

Бинарные отношения между  $S(2/6)$ - $S(7/6)$  по сложению и умножению.

|   |          |          |          |          |          |          |          |
|---|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| + |          | $S(2/6)$ | $S(3/6)$ | $S(4/6)$ | $S(5/6)$ | $S(6/6)$ | $S(7/6)$ |
|   | $S(2/6)$ | $S(4/6)$ | $S(5/6)$ | $S(6/6)$ | $S(7/6)$ | $S(2/6)$ | $S(3/6)$ |
|   | $S(3/6)$ | $S(5/6)$ | $S(6/6)$ | $S(7/6)$ | $S(2/6)$ | $S(3/6)$ | $S(4/6)$ |
|   | $S(4/6)$ | $S(6/6)$ | $S(7/6)$ | $S(2/6)$ | $S(3/6)$ | $S(4/6)$ | $S(5/6)$ |
|   | $S(5/6)$ | $S(7/6)$ | $S(2/6)$ | $S(3/6)$ | $S(4/6)$ | $S(5/6)$ | $S(6/6)$ |
|   | $S(6/6)$ | $S(2/6)$ | $S(3/6)$ | $S(4/6)$ | $S(5/6)$ | $S(6/6)$ | $S(7/6)$ |
|   | $S(7/6)$ | $S(3/6)$ | $S(4/6)$ | $S(5/6)$ | $S(6/6)$ | $S(7/6)$ | $S(2/6)$ |

|   |          |          |          |          |          |          |          |
|---|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
|   |          | $S(2/6)$ | $S(3/6)$ | $S(4/6)$ | $S(5/6)$ | $S(6/6)$ | $S(7/6)$ |
| X | $S(2/6)$ | $S(4/6)$ | $S(6/6)$ | $S(2/6)$ | $S(4/6)$ | $S(6/6)$ | $S(2/6)$ |
|   | $S(3/6)$ | $S(6/6)$ | $S(3/6)$ | $S(6/6)$ | $S(3/6)$ | $S(6/6)$ | $S(3/6)$ |
|   | $S(4/6)$ | $S(2/6)$ | $S(6/6)$ | $S(4/6)$ | $S(2/6)$ | $S(6/6)$ | $S(4/6)$ |
|   | $S(5/6)$ | $S(4/6)$ | $S(3/6)$ | $S(2/6)$ | $S(7/6)$ | $S(6/6)$ | $S(5/6)$ |
|   | $S(6/6)$ | $S(6/6)$ | $S(6/6)$ | $S(6/6)$ | $S(6/6)$ | $S(6/6)$ | $S(6/6)$ |
|   | $S(7/6)$ | $S(2/6)$ | $S(3/6)$ | $S(4/6)$ | $S(5/6)$ | $S(6/6)$ | $S(7/6)$ |

В аддитивной полугруппе роль "0" выполняет  $S(6/6)$ , в мультипликативной полугруппе роль "1" выполняет  $S(7/6)$ .  
Полугруппы -конечные( по 6 инфинитарных членов).

Доказано [2], что множества этих строк не пересекаются (не содержат одинаковых натуральных) и объединение этих множеств даёт все натуральные числа. Таким образом, каждое натуральное число получает двумерное представление: номер строки (прогрессии) в таблице  $T(N/6)$  и номер натурального в строке (в прогрессии).

## II. ПОСТРОЕНИЕ БИЛЛИАРДНОГО ГРАФА

На основании таблицы  $T(N/6)$  предложено построение так называемого «графа бильярдных траекторий» или просто «*бильярдного графа*» - BG.

Вершины графа BG маркированы натуральными из  $T(N/6)$  и располагаются в узлах стандартной плоской квадратной решетки. Соседние по диагонали решетки вершины соединяются ориентированным ребром. Ориентация ребер – от вершины с меньшим натуральным к вершине с большим натуральным (рис. 1).

На множестве натуральных, принадлежащих прогрессиям  $S(5/6)$ ;  $S(6/6)$ ;  $S(7/6)$  (в полосе таблицы  $T(N/6)$  из трех строк) и соответствующих им вершин строящегося BG.

Рассматриваются инцидентные ребра и на них вводятся специальные целочисленные функции: синус бильярдный, косинус бильярдный, и симметричные к ним [4,5] синус бильярдный зеркальный и косинус бильярдный зеркальный.

Область определения данных функций – множество  $S(6/6)$ . Область принимаемых значений: объединение  $S(5/6)$ ;  $S(6/6)$ ;  $S(7/6)$ . Период функций – 24 (рис. 2).

Функции попарно ортогональны и покрывают все ребра BG в полосе  $S(5/6)$ ;  $S(6/6)$ ;  $S(7/6)$ . Таким образом, если дать окраску ребрам каждой функции, то все ребра будут окрашены только в 4 цвета (красный - sob, синий – sib, зеленый – sob, желтый – sib). Теперь каждая вершина BG имеет инцидентные ребра либо одного цвета, либо двух цветов. В зависимости от этого каждой вершине BG присваивается либо один цвет (монохромные вершины), либо два цвета инцидентных ребер (дихромные вершины).

При этом монохромные вершины содержат все простые натуральные, так как принадлежат к  $S(5/6)$  и  $S(7/6)$  (рис. 3).

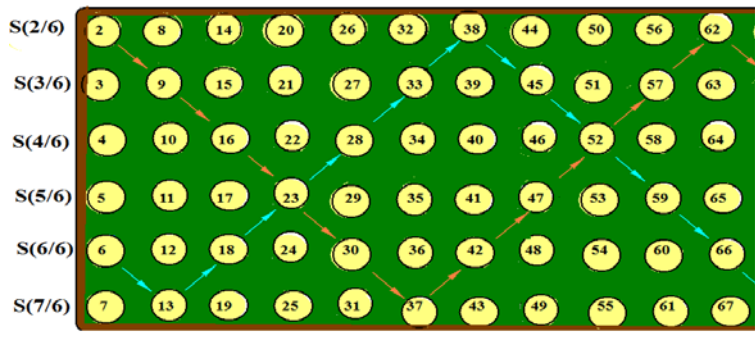


рис.1. Примеры бильярдных траекторий при ударах по шару под углом  $\pi/4$  по отношению к борту.

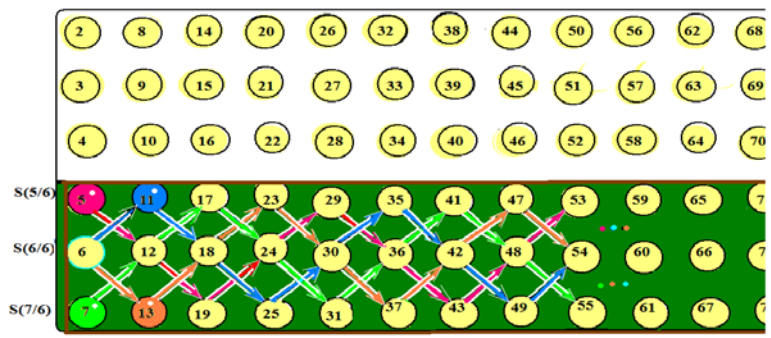


рис.2. Периодические функции в полосе S(5/6),S(6/6),S(7/6).

$sib(6)=6; sib(12)=11; sib(18)=18; sib(24)=25; sib(30)=30; \dots$  (blue arrow)  
 $cob(6)=5; cob(12)=12; cob(18)=19; cob(24)=24; cob(30)=29; \dots$  (red arrow)  
 $\underline{sib}(6)=6; \underline{sib}(12)=13; \underline{sib}(18)=18; \underline{sib}(24)=23; \underline{sib}(30)=30; \dots$  (orange arrow)  
 $\underline{cob}(6)=7; \underline{cob}(12)=12; \underline{cob}(18)=17; \underline{cob}(24)=24; \underline{cob}(30)=31; \dots$  (green arrow)

Период функций- 24.  
 $sib, \underline{sib}, cob, \underline{cob}$  определяют цвета ребер BG в полосе S(5/6), S(6/6), S(7/6).

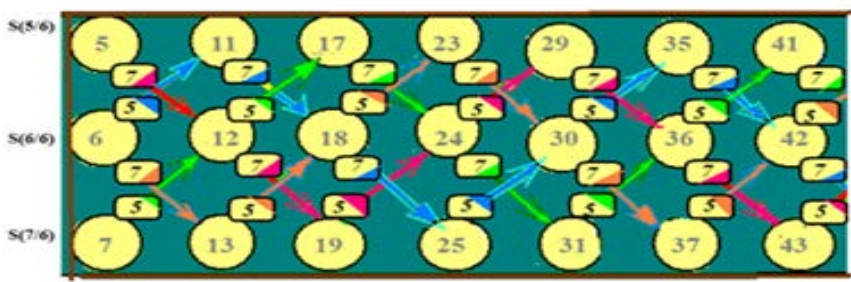


рис.3 5 веса на ребрах BG : модуль разности натуральных инцидентных вершин.

Теперь введем веса  $q$  для каждого ребра BG и положим:

$$q = |n_1 - n_2|,$$

где  $n_1$  и  $n_2$  – натуральные в вершинах BG, инцидентных данному ребру.

Легко видеть, что  $q$  принимает только 2 значения:  $q_1 = 5$  (для ребер с ориентацией вверх) и  $q_2 = 7$  (для ребер с ориентацией вниз). Общая картина полосы S(5/6); S(6/6); S(7/6) как BG выглядит на рис. 3. Таким образом, можно

говорить о периодической смене окраски вершин BG, а, следовательно, о хромодинамике натуральных – НХД.

Итого имеется 6 красок: 4 монохромных (красный, зеленый, синий, желтый) и 2 дихромных (красно-зеленый и сине-желтый). На этом построение BG-(ориентированного, ациклического, полихромного) завершается. Отметим, что поскольку BG-ациклический, ориентированный кратчайший путь между

любыми двумя его вершинами является единственным.

### III. ДИНАМИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ДИСКРЕТНОГО ВРЕМЕНИ

Фактически ВГ содержит все билиардные траектории при упругих отражениях от бортов под углом  $\pi/4$ , т.е. является фазовым пространством динамической системы дискретного времени [4].

Рассмотрим действие на ВГ-*движение* по кратчайшим путям между вершинами ВГ по ориентированным ребрам билиардной траектории одного цвета (в полосе S(5.6), S(6.6), S(7.6)) сопровождая его суммированием весов  $q$  тех ребер, в которых оказывается *динамическая система в моменты дискретного времени-DSDT* (на одно ребро тратится единица дискретного времени). Представление динамической системы в виде слов конечного алфавита с привязкой к дискретному времени  $t$  можно показать следующим образом. Пусть дан конечный алфавит  $A=\{5;7;v;\wedge\}$  5,7 - веса ребер ВГ;  $v$  - символ отражения траектории от нижнего борта,  $\wedge$  - символ отражения траектории от верхнего борта. Первая строка - моменты дискретного времени  $t(0,1,2,3,\dots)$ , вторая строка - поведение траектории, вышедшей из вершины, маркированной натуральным 5 (красная), третья строка - поведение траектории из вершины с натуральным 7(зеленая), четвертая строка - поведение траектории из вершины с натуральным 11(синяя) и пятая строка - из вершины с натуральным 13 (желтая):

$$\begin{aligned}
 &t012345678901234567890123456789 \\
 &577v55^{\wedge}77v55^{\wedge}77v55^{\wedge}77v55^{\wedge}77v \\
 &755^{\wedge}77v55^{\wedge}77v55^{\wedge}77v55^{\wedge}77v55^{\wedge}77v \\
 &1177v55^{\wedge}77v55^{\wedge}77v55^{\wedge}77v55^{\wedge}77v55 \\
 &1355^{\wedge}77v55^{\wedge}77v55^{\wedge}77v55^{\wedge}77v55
 \end{aligned} \tag{2}$$

Суммируя веса ребер вдоль траекторий, мы по существу реализуем *дискретный вариант интегрирования по траекториям Фейнмана* [6] только в нашем случае это суммирование весов, которое можно представить в форме

$$\begin{aligned}
 n(t_0)+\sum q(t_i)\Delta t_i &=n(T), \\
 \text{где } T &=\sum \Delta t_i;
 \end{aligned}$$

Поскольку для нашего случая  $q$  принимает только два значения ( $q_1=5; q_2=7$ ),  $\Delta t_i=1$ ; и всего 4 траектории с исходными вершинами с натуральными:  $n_{01}(t_0)=5$ ;  $n_{02}(t_0)=7$ ;  $n_{03}(t_0)=11$ ;  $n_{04}(t_0)=13$ ; выберем более простую форму, а именно:

$$n_{0i}(t_0)+5x_i+7y_i=n(T); \tag{1}$$

$n_{0i}(t_0), n(T) \in$  траектории одного цвета,  $i=1, 2, 3, 4$ ;

Далее можно записать (1) в форме четырех диофантовых уравнений:

$$5+7x_1+5y_1=n_1(T); \tag{1.1}$$

$$7+5x_2+7y_2=n_2(T); \tag{1.2}$$

$$11+7x_3+5y_3=n_3(T); \tag{1.3}$$

$$13+5x_4+7y_4=n_4(T); \tag{1.4}$$

Эта есть форма диофантова уравнения, где  $x_i$  - число дискретных единиц времени пребывания DSDT в вершинах с  $q=5$ , а  $y_i$  - в вершинах с  $q=7$ .

Таким образом, каждой ВТ однозначно соответствует одно из 4-х диофантовых уравнений (1.1),(1.2),(1.3),(1.4).

Ниже будут приведены решения соответствующих диофантовых уравнений для всех четырех билиардных траекторий по каждой траектории.

Воспользуемся (2) для проставления промежуточных сумм весов ребер по каждой из 4-х траекторий, отмечая простые толстым черным, а составные - толстым красным цветом (веса ребер даны курсивом).

$$\begin{aligned}
 &5771955297743555377675577779155101771155512 \\
 &577139551497716355^{\wedge}77v55^{\wedge}77...
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &755177731554177555657779558977103551137712 \\
 &755137771515516177v55^{\wedge}77v55...
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &1177255535774955597773558377975510777121551 \\
 &3177145551557716955^{\wedge}77v55^{\wedge}77...
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &1355237737554777615571778555957710955119771 \\
 &335514377157551677718155^{\wedge}77v55...
 \end{aligned}$$

В таблице 2 приведены решения диофантовых уравнений.

**Решения диофантовых уравнений с разделением по 4-ем биллиардным траекториям в  $\{S(5/6), S(6/6), S(7/6)\}$ ;  $n < 500$ ;**

| красная ВТ<br>$5+7x_1+5y_1$ ; |       |       | зеленая ВТ<br>$7+5x_2+7y_2$ ; |       |       | синяя ВТ<br>$11+7x_3+5y_3$ ; |       |       | желтая ВТ<br>$13+5x_4+7y_4$ ; |       |       |
|-------------------------------|-------|-------|-------------------------------|-------|-------|------------------------------|-------|-------|-------------------------------|-------|-------|
| $x_1$                         | $y_1$ | $p/c$ | $x_2$                         | $y_2$ | $p/c$ | $x_3$                        | $y_3$ | $p/c$ | $x_4$                         | $y_4$ | $p/c$ |
| 0                             | 0     | 5 ■   | 0                             | 0     | 7 ■   | 0                            | 0     | 11 ■  | 0                             | 0     | 13 ■  |
| 2                             | 0     | 19 ■  | 2                             | 0     | 17 ■  | 2                            | 0     | 25 ■  | 2                             | 0     | 23 ■  |
| 2                             | 2     | 29 ■  | 2                             | 2     | 31 ■  | 2                            | 2     | 35 ■  | 2                             | 2     | 37 ■  |
| 4                             | 2     | 43 ■  | 4                             | 2     | 41 ■  | 4                            | 2     | 49 ■  | 4                             | 2     | 47 ■  |
| 4                             | 4     | 53 ■  | 4                             | 4     | 55 ■  | 4                            | 4     | 59 ■  | 4                             | 4     | 57 ■  |
| 6                             | 4     | 67 ■  | 6                             | 4     | 65 ■  | 6                            | 4     | 73 ■  | 6                             | 4     | 71 ■  |
| 6                             | 6     | 77 ■  | 6                             | 6     | 79 ■  | 6                            | 6     | 83 ■  | 6                             | 6     | 81 ■  |
| 8                             | 6     | 91 ■  | 8                             | 6     | 89 ■  | 8                            | 6     | 97 ■  | 8                             | 6     | 95 ■  |
| 8                             | 8     | 101 ■ | 8                             | 8     | 103 ■ | 8                            | 8     | 107 ■ | 8                             | 8     | 109 ■ |
| 10                            | 8     | 115 ■ | 10                            | 8     | 113 ■ | 10                           | 8     | 121 ■ | 10                            | 8     | 123 ■ |
| 10                            | 10    | 125 ■ | 10                            | 10    | 127 ■ | 10                           | 10    | 131 ■ | 10                            | 10    | 133 ■ |
| 12                            | 10    | 139 ■ | 12                            | 10    | 137 ■ | 12                           | 10    | 145 ■ | 12                            | 10    | 147 ■ |
| 12                            | 12    | 149 ■ | 12                            | 12    | 151 ■ | 12                           | 12    | 155 ■ | 12                            | 12    | 157 ■ |
| 14                            | 12    | 173 ■ | 14                            | 12    | 161 ■ | 14                           | 12    | 169 ■ | 14                            | 12    | 171 ■ |
| 14                            | 14    | 183 ■ | 14                            | 14    | 175 ■ | 14                           | 14    | 179 ■ | 14                            | 14    | 181 ■ |
| 16                            | 14    | 187 ■ | 16                            | 14    | 185 ■ | 16                           | 14    | 193 ■ | 16                            | 14    | 195 ■ |
| 16                            | 16    | 197 ■ | 16                            | 16    | 199 ■ | 16                           | 16    | 203 ■ | 16                            | 16    | 205 ■ |
| 18                            | 16    | 211 ■ | 18                            | 16    | 209 ■ | 18                           | 16    | 217 ■ | 18                            | 16    | 219 ■ |
| 18                            | 18    | 221 ■ | 18                            | 18    | 223 ■ | 18                           | 18    | 227 ■ | 18                            | 18    | 229 ■ |
| 20                            | 18    | 235 ■ | 20                            | 18    | 233 ■ | 20                           | 18    | 241 ■ | 20                            | 18    | 239 ■ |
| 20                            | 20    | 245 ■ | 20                            | 20    | 247 ■ | 20                           | 20    | 251 ■ | 20                            | 20    | 253 ■ |
| 22                            | 20    | 259 ■ | 22                            | 20    | 257 ■ | 22                           | 20    | 265 ■ | 22                            | 20    | 263 ■ |
| 22                            | 22    | 269 ■ | 22                            | 22    | 271 ■ | 22                           | 22    | 275 ■ | 22                            | 22    | 277 ■ |
| 24                            | 22    | 283 ■ | 24                            | 22    | 281 ■ | 24                           | 22    | 289 ■ | 24                            | 22    | 287 ■ |
| 24                            | 24    | 293 ■ | 24                            | 24    | 295 ■ | 24                           | 24    | 299 ■ | 24                            | 24    | 301 ■ |
| 26                            | 24    | 307 ■ | 26                            | 24    | 305 ■ | 26                           | 24    | 313 ■ | 26                            | 24    | 311 ■ |
| 26                            | 26    | 317 ■ | 26                            | 26    | 319 ■ | 26                           | 26    | 323 ■ | 26                            | 26    | 325 ■ |
| 28                            | 26    | 331 ■ | 28                            | 26    | 329 ■ | 28                           | 26    | 337 ■ | 28                            | 26    | 335 ■ |
| 28                            | 28    | 341 ■ | 28                            | 28    | 343 ■ | 28                           | 28    | 347 ■ | 28                            | 28    | 349 ■ |
| 30                            | 28    | 355 ■ | 30                            | 28    | 353 ■ | 30                           | 28    | 361 ■ | 30                            | 28    | 359 ■ |
| 30                            | 30    | 365 ■ | 30                            | 30    | 367 ■ | 30                           | 30    | 371 ■ | 30                            | 30    | 373 ■ |
| 32                            | 30    | 379 ■ | 32                            | 30    | 377 ■ | 32                           | 30    | 385 ■ | 32                            | 30    | 383 ■ |
| 32                            | 32    | 389 ■ | 32                            | 32    | 391 ■ | 32                           | 32    | 395 ■ | 32                            | 32    | 397 ■ |
| 34                            | 32    | 403 ■ | 34                            | 32    | 401 ■ | 34                           | 32    | 409 ■ | 34                            | 32    | 407 ■ |
| 34                            | 34    | 413 ■ | 34                            | 34    | 415 ■ | 34                           | 34    | 419 ■ | 34                            | 34    | 421 ■ |
| 36                            | 34    | 427 ■ | 36                            | 34    | 425 ■ | 36                           | 34    | 433 ■ | 36                            | 34    | 431 ■ |
| 36                            | 36    | 437 ■ | 36                            | 36    | 439 ■ | 36                           | 36    | 443 ■ | 36                            | 36    | 445 ■ |
| 38                            | 36    | 451 ■ | 38                            | 36    | 449 ■ | 38                           | 36    | 457 ■ | 38                            | 36    | 455 ■ |
| 38                            | 38    | 461 ■ | 38                            | 38    | 463 ■ | 38                           | 38    | 467 ■ | 38                            | 38    | 469 ■ |
| 40                            | 38    | 475 ■ | 40                            | 38    | 473 ■ | 40                           | 38    | 481 ■ | 40                            | 38    | 479 ■ |
| 40                            | 40    | 485 ■ | 40                            | 40    | 487 ■ | 40                           | 40    | 491 ■ | 40                            | 40    | 493 ■ |
| 42                            | 40    | 499 ■ | 42                            | 40    | 497 ■ | 42                           | 40    | 505 ■ | 42                            | 40    | 503 ■ |
| 42                            | 42    | 509 ■ | 42                            | 42    | 511 ■ | 42                           | 42    | 515 ■ | 42                            | 42    | 517 ■ |

табл. 2

■ - простые ■ - составные

#### IV. БИЛЛИАРДНЫЕ ТРАЕКТОРИИ НА ПОВЕРХНОСТИ ЦИЛИНДРА

До сих пор представление натуральных как динамической системы дискретного времени рассматривалось в полосе  $S(5/6)$ ,  $S(6/6)$ ,  $S(7/6)$ , что было в первую очередь связано с тем, что все простые принадлежат только  $S(5/6)$  и  $S(7/6)$ .

Сейчас мы включаем в рассмотрение все 6 множеств  $S(2/6)$ - $S(7/6)$  и развиваем идею [2] о «склеике» членов всех 6 множеств в «винтовое» единое движение, отображая решетку с маркированными (натуральными числами) вершинами бильярдного графа  $BG$  на поверхность бесконечного цилиндра.

Для большей наглядности «разрежем» цилиндр на два бесконечных полуцилиндра  $C1$  и  $C2$  (рис. 4а).

На внутренней поверхности  $C1$  располагаются вершины из  $S(5/6)$ ,  $S(6/6)$ ,  $S(7/6)$ , а на внутренней поверхности  $C2$ :  $S(2/6)$ ,  $S(3/6)$ ,  $S(4/6)$ , для которых применяется аналогичный с (II) метод построения бильярдного графа  $BG$ , но уже не на плоскости, а на двумерном многообразии.

Ребра такого  $BG$ , как элементы кратчайших путей между вершинами  $BG$  проходят по поверхности цилиндра.

Применяя здесь аналогичные методы окраски траекторий и приписывания весов  $q$  ребрам  $BG$ ,

мы получим топологически идентичный  $BG$  за исключением порядка следования весов ребер.

Так в  $C1$  по ориентации ребер за вершиной, маркированной натуральным 5 идут ребра с весами 77, потом 55 и т.д. В  $C2$  за вершиной с 4 следуют ребра с весами 55, потом 77 и т.д. (что можно отметить как признак симметрии).

По аналогии с диофантовыми уравнениями в  $C1$  (1-4), для 4-х траекторий в  $C2$ , начинающихся в вершинах с натуральными 2,4,8,10 соответствуют уравнения:

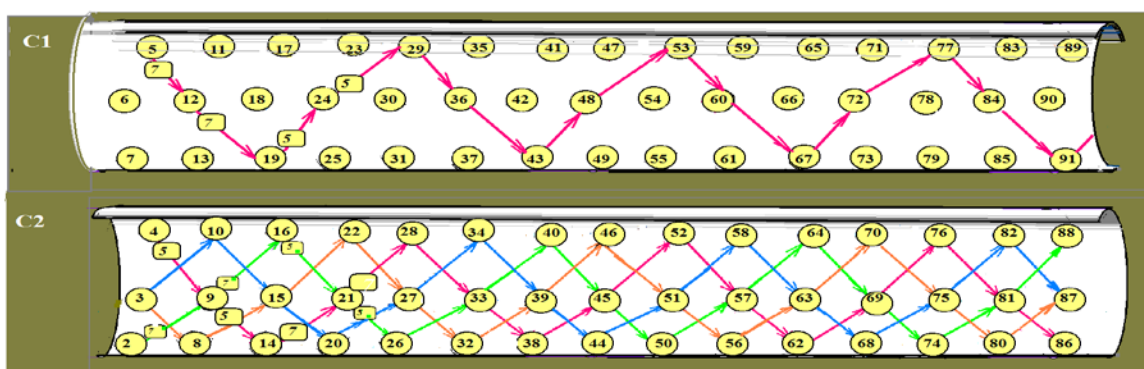
$$2+7x_1+5y_1=p_1(T) \text{ (зеленая ВТ);} \quad (1.5)$$

$$4+5x_2+7y_2=p_2(T) \text{ (красная ВТ);} \quad (1.6)$$

$$8+7x_3+5y_3=p_3(T) \text{ (желтая ВТ);} \quad (1.7)$$

$$10+5x_4+7y_4=p_4(T) \text{ (синяя ВТ);} \quad (1.8)$$

Обобщая результаты для  $C1$  и  $C2$ , можно сформулировать следующее **утверждение**: *каждому неотрицательному натуральному соответствует бильярдная траектория, задаваемая одним из 8-ми диофантовых уравнений (1.1-1.8), т.е. грубо говоря, натуральное число представляет кусочно-линейное колебание, удовлетворяющему одному из 8-ми диофантовых уравнений) и находится в определенной фазе этого колебания.*



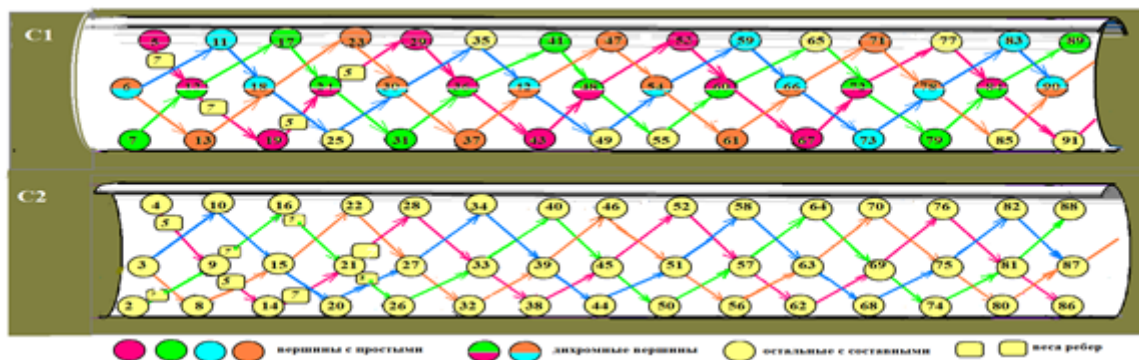


Рис. 4 а,b Разрезанный цилиндр

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Кратко предложенный метод можно характеризовать как представление множества натуральных чисел в виде динамической системы дискретного времени и построение для нее на базе полихромного бильярдного графа пространства фазовых траекторий.

Связанные с ней *диофантовы уравнения*, составленные с помощью дискретного варианта метода Фейнмана интегрирования по фазовым траекториям, дают аналитическую форму каждой из 8-ми ВТ.

Из других следствий представления множества натуральных как динамической системы отметим вариант динамической системы *трехмерного бильярда на поверхности цилиндра (с переносом ВГ на поверхность цилиндра с гладкими ориентированными*

*ребрами)* и *периодический закон хромодинамики натуральных чисел* (рис. 4б).

### БИБЛИОГРАФИЯ

- [1] Бунимович Л.А., Синай Я.Г., Чернов Н.И. // Статистические свойства двумерных гиперболических бильярдных. Успехи мат. наук, т. 46, вып. 4 (280), 1991.
- [2] Ryabov G.G, Serov V.A. On natural numbers structure on the basis of six arithmetical progressions. International Journal of Open Information Technologies. 2016. vol.4. no 4. pp.49-53. Available (in Russian). <http://injoit.org/index.php/j1/article/view/277>.
- [3] Ryabov G.G, Serov V.A. Infinite arithmetical progressions and global trees in natural numbers structure. International Journal of Open Information Technologies. 2017. vol. 5. no 6. pp. 1-5. Available (in Russian). <http://injoit.org/index.php/j1/article/view/441>.
- [4] Вейль Г. // Симметрия. – М.: Наука, 1968.
- [5] Пуанкаре А. // О науке. Книга 1. Будущее математики. С введением Л.С. Понтрягина. - М.: Наука. 1990.
- [6] Аносов Д.В. Гладкие динамические системы // Итоги науки и техн. сер. соврем. пробл. мат. фундам. направления. Том 1. 1985.
- [7] Фейнмановские лекции по физике [электронный ресурс] <http://www.all-fizika.com/art>.

# Representation of the natural numbers set as a dynamical discrete time system

G. G. Ryabov

**Abstract** – The article is continuing the theme of study of the structure of natural numbers. The article represents the natural numbers set as a dynamical system in discrete time, and presents the construction of the system phase space on the basis of the flat trajectories of the billiard and the billiard of the graph. Chromodynamics is considered natural numbers. The derivation of Diophantine equations of selection natural numbers primes or compound has been discussed.

**Keywords** - dynamical discrete time system, billiard graph, a phase space of billiard trajectories, Diophantine equations, natural selection, method of Feynman.