Метрики оценки зависимости двух временных рядов

А.В. Гуляев, С.В. Пивнева

***Аннотация* — В данной статье проводится оценка зависимости временных рядов посредством комплексного рассмотрения основных методов выявления зависимостей, а также их преимуществ и недостатков. Временные ряды представляют собой последовательности наблюдений, измеренных через равные промежутки времени и играют важнейшую роль в анализе данных в различных областях науки и техники. Мера зависимости между временными рядами необходима для понимания взаимосвязей и взаимодействий между различными процессами. Это может помочь в улучшении моделей прогнозирования, оптимизации управления ресурсами и повышении точности диагностических систем. В первой части статьи проводится детальный обзор традиционных методов анализа временных рядов, подчеркивая их сильные и слабые стороны. Во второй части статьи особое внимание уделяется двум передовым методам: методу корреляции расстояния и методу взаимной информации. Эти методы являются современными инструментами, которые позволяют исследователям обнаруживать как линейные, так и нелинейные зависимости между временными рядами, что значительно расширяет аналитический потенциал по сравнению с традиционными подходами, основанными на линейной корреляции. Эта статья ставит своей целью содействовать интеграции и дальнейшему развитию указанных методов в различных научных и прикладных контекстах. Усилия авторов направлены на то, чтобы способствовать их широкому применению с целью более точного моделирования и прогнозирования временных процессов, что, в свою очередь, может значительно улучшить качество и точность аналитических исследований.**

***Ключевые слова*— зависимость временных рядов, корреляция расстояния, взаимная информация, метрики.**

I. Введение

Временные ряды, представляющие собой последовательности данных, регистрируемых через равные промежутки времени, играют важную роль в анализе и прогнозировании различных процессов [1]. В реальном мире часто встречаются ситуации, когда один временной ряд зависит от другого [2]. Изучение таких взаимосвязей позволяет глубже понять динамику событий и улучшить точность прогнозов. Так сезонные колебания температуры влияют на потребление энергии для отопления или кондиционирования – летом, повышение температуры приводит к увеличению использования кондиционеров, повышая нагрузку на энергосистему [3]. Так же изменения температуры могут влиять на продажу определенных товаров – в жаркие летние дни растет спрос на такие товары, как мороженое, прохладительные напитки и летнюю одежду, тогда как зимой увеличивается продажа теплой одежды и обогревателей [4].

Для определения зависимости между двумя временными рядами необходимо провести измерение [5]. Оптимальной мерой зависимости являлась бы метрика, которая позволяла оценить степень информации, содержащейся во входных данных для предсказания целевых данных. Значение 0 могло бы свидетельствовать об отсутствии релевантной информации во входных данных, что указывает на случайный характер зависимости между входными данными и целью. Значение 1, напротив, могло бы указывать на высокую зависимость входных данных от цели.

Цели и задачи**.** В этой работе рассмотрен ряд методов, позволяющих определить и количественно оценить зависимости между временными рядами [6]. Основное внимание уделено статистическим методам корреляции расстояния и методам из теории информации. Показано изменение метрик при изменении степени зависимости двух временных рядов.

II. Методы

Статистические методы являются наиболее распространённым инструментом для сравнения данных и обнаружения взаимосвязей между двумя переменными. На этапе исследования и анализа данных специалисты используют ковариационную матрицу или коэффициенты корреляции для понимания структуры данных, выявления специфических закономерностей. Основное ограничение большинства этих методов заключается в том, что они работают только с парными данными и, как правило, способны выявлять лишь линейные корреляции.

Коэффициент корреляции Пирсона [7] является статистическим показателем, измеряющим степень линейной зависимости между двумя переменными. Этот коэффициент принимает значения в диапазоне от -1 до 1. Значения, близкие к 1, указывают на сильную

Статья получена 28 октября 2024.
Статья публикуется по материалам выступления на Международном конгрессе "Современные проблемы компьютерных и информационных наук", прошедшем в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова 21-23 ноября 2024 года.
Гуляев Андрей Васильевич, аспирант кафедры информационных технологий, искусственного интеллекта и общественно-социальных технологий цифрового общества, Российский государственный социальный университет (e-mail: Gulyaev81@gmail.com)
Пивнева Светлана Валентиновна, декан факультета политических и социальных технологий, кандидат педагогических наук, доцент, Российский государственный социальный университет (e-mail: tlt-swetlana@yandex.ru)

положительную линейную зависимость, значения, близкие к -1, указывают на сильную отрицательную линейную зависимость, а значения около 0 свидетельствуют об отсутствии линейной зависимости [8][9].

Формула для вычисления корреляции Пирсона (1) между двумя переменными X и Y представлена следующим образом:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{Y})^2}} \quad (1)$$

где X_i и Y_i значения переменных X и Y соответственно, $\bar{X}$ и $\bar{Y}$ - средние значения переменных X и Y.

Корреляция Пирсона предполагает, что данные имеют нормальное распределение, а также чувствительна к выбросам, которые могут значительно изменять значение коэффициента.

Корреляция Спирмена [10] является не параметрической мерой статистической зависимости между двумя переменными. Она оценивает монотонную связь между переменными (в отличие от линейной связи в корреляции Пирсона) и является более устойчивой к выбросам и нелинейностям в данных. Коэффициент корреляции Спирмена, подобно коэффициенту Пирсона, принимает значения в диапазоне от -1 до 1.

Корреляция Спирмена основывается на ранговых значениях данных, а не на их первоначальных значениях [11]. Формула для вычисления коэффициента корреляции Спирмена (RHOS) представляется следующим образом:

$$rhos = 1 - \frac{6\sum Di^2}{n(n^2 - 1)} \quad (2)$$

где: $Di = R(Xi) - R(Yi)$ - разность рангов для каждого наблюдения, $R(Xi)$ *и* $R(Yi)$ — ранги, присвоенные значениям X и Y, n - число пар наблюдений.

Корреляция Спирмена менее чувствительна к выбросам, так как преобразует данные в ранги до вычисления коэффициента. Это делает её подходящей для работы с данными, которые не удовлетворяют нормальному распределению или когда связь между переменными подозревается как нелинейная, но монотонная [12].

Корреляция расстояния [13], также известная как "броуновская корреляция", является методом оценки зависимости между двумя переменными, который опирается на концепции из теории вероятностей и статистического анализа расстояний. Этот вид корреляции учитывает как линейные, так и нелинейные зависимости, что делает его более универсальным по сравнению с традиционными методами [14].

Основная идея корреляции расстояния заключается в использовании попарных расстояний между наблюдениями. В частности, для каждого множества данных вычисляется матрица расстояний, и затем анализируются ковариации этих расстояний [15].

Формула для корреляции расстояния (DCorr) учитывает ковариацию расстояний между двумя распределениями X и Y:

$$dCor(X,Y) = \frac{dCov(X,Y)}{\sqrt{dVar(X)dVar(Y)}} \quad (3)$$

Корреляция расстояния предоставляет статистически обоснованный подход для анализа сложных зависимостей в данных, включая нелинейные связи, что делает её особенно полезной в контексте анализа многомерных данных и исследований с высокими измерениями [16].

С момента введения Клодом Шенноном количественных методов оценки связи, теория информации [17] нашла своё устойчивое место как высокоценный инструмент, используемый в разнообразных дисциплинах, включая математику, физику, биологию, инженерию и даже социальные науки. Одной из причин её широкого применения является то, что она базируется исключительно на вероятностном распределении, ассоциированном с одной или несколькими переменными, что делает её универсально применимой в различных контекстах. В сущности, теория информации использует эти вероятностные распределения для идентификации и характеристики взаимосвязей между значениями переменных, что позволяет исследователям получить глубинное понимание природы этих зависимостей [18].

Основой количественной оценки связи в теории Шеннона является понятие энтропии [19], которое измеряет степень неопределенности или случайности в системе. В контексте теории информации, энтропия определяется для вероятностного распределения возможных состояний источника сообщений и даёт ожидаемое количество информации (или неопределённости), содержащееся в произведенном сообщении [20]. Формула энтропии для дискретного источника имеет вид:

$$H(X) = -\sum ip(xi)\log 2\,p(xi) \quad (3)$$

где $H(X)$ - энтропия источника X, $p(xi)$ - вероятность каждого возможного состояния xi.

Другой ключевой концепцией Шеннона является взаимная информация [21], которая измеряет количество информации, полученной об одном случайном процессе благодаря знанию другого процесса. Взаимная информация между двумя переменными X и Y выражается как:

$$I(X;Y) = H(X) + H(Y) - H(X,Y) \quad (4)$$

где $H(X \mid Y)$ - энтропия, представляющая среднюю неопределенность в X при известном Y.

Взаимная информация (Mutual Information, MI) — это мера зависимости между двумя случайными процессами или временными рядами [22]. В контексте временных рядов MI позволяет определить, насколько знание одного временного ряда уменьшает неопределенность относительно другого временного ряда.

Если X и Y - два дискретных временных ряда, взаимная информация определяется следующим образом:

$$I(X;Y) = \sum x \in X \sum y \in Y \; p(x,y) \log\left(\frac{p(x,y)}{p(x)p(y)}\right) \quad (5)$$

где $p(x,y)$ - совместное распределение вероятностей X и Y, $p(x)$ и $p(y)$ - распределения вероятностей X и Y соответственно.

Для непрерывных временных рядов используется аналогичная формула, но с заменой суммирования интегрированием [23][24]:

$$I(X;Y) = \int x \int y p(x,y) \log\left(\frac{p(x,y)}{p(x)p(y)}\right) dxdy \quad (6)$$

Взаимная информация является неотрицательной величиной и равна нулю, если и только если X и Y статистически независимы. Более высокие значения MI [25] указывают на более сильную зависимость между временными рядами.

В отличие от коэффициента корреляции, MI учитывает любую информацию о зависимости — линейную или нелинейную — и является более общей мерой, чем корреляция.

III. Результаты

Для анализа взаимосвязи между температурой воздуха и объемом продаж товаров были изучены два временных ряда, каждый из которых содержит по 21 элементу. Первый временной ряд представляет собой данные о средней дневной температуре, тогда как второй ряд отражает объем продаж товаров за тот же период. Исследуемая гипотеза предполагает наличие зависимости между этими двумя переменными: температура воздуха оказывает влияние на уровень продаж.

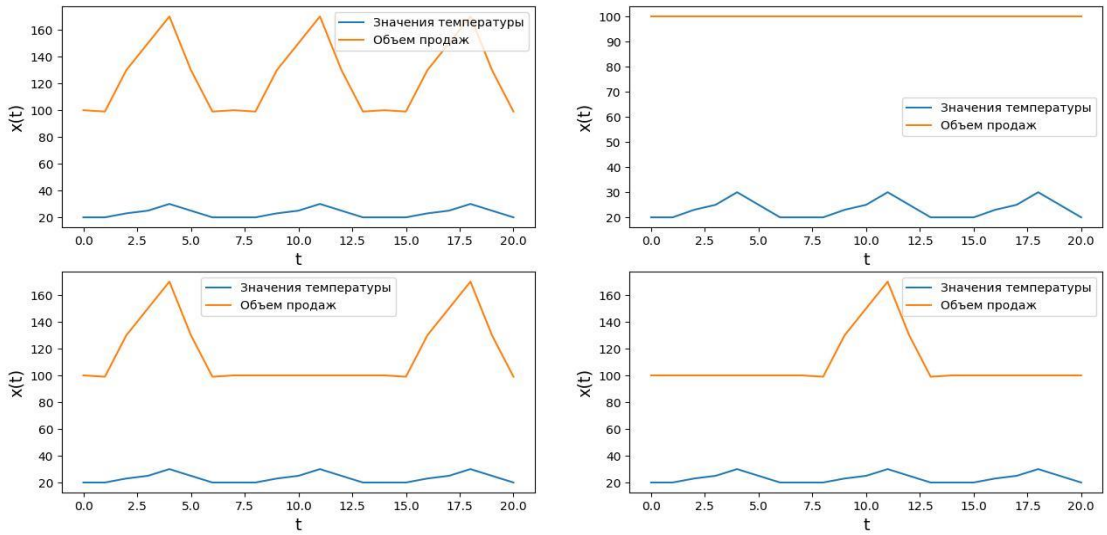

Рис. 1: Графическое отображение четырех вариантов зависимости двух временных рядов

Для проверки данной гипотезы были рассчитаны показатели корреляции расстояния и мера взаимной информации для количественной оценки взаимосвязи между временными рядами. В дополнение к основному анализу, чтобы оценить действенность методов и установить точность расчета коэффициентов, были исследованы три дополнительных сценария.

В первом сценарии значения временного ряда температур оставались неизменными, тогда как временной ряд продаж нивелировался до единого уровня. Во втором сценарии средняя часть временного ряда продаж была удалена и заменена линейной функцией, представляющей прямую линию. В третьем сценарии крайние трети временного ряда продаж были удалены и также заменены на прямые линии, оставив основную часть неизменной.

Графическое представление изменений описанных временных рядов представлены на рисунке 1.

Оба метода анализа продемонстрировали удовлетворительные результаты в обнаружении зависимости между исследуемыми временными рядами. Подробные результаты вычислений включены в таблицу 1, что позволяет наглядно оценить уровень выявленной взаимосвязи и эффективность использованных подходов.

Таблица 1: Результаты обнаружения зависимости

Вид зависимости	Корреляция расстояния DCor	Взаимная информация MI
Сильный	0,96	0,76
Сильный – 33%	0,67	0,47
Сильный – 66%	0,42	0,28
Отсутствует	0	0

IV. Выводы

В результате проведения детального анализа зависимости между двумя временными рядами с использованием мер корреляции расстояния (Distance Correlation, DC) и взаимной информации (Mutual Information, MI) определено что обе меры успешно выявляют наличие зависимости между временными

рядами, предоставляя дополнительные возможности для понимания сложных динамических взаимодействий между переменными. Метрика DC продемонстрировала свою эффективность в обнаружении нелинейных зависимостей, указывая на возможные скрытые связи, которые могут не проявляться при использовании только линейных методов. Взаимная информация, как универсальная мера, подтвердила свою способность выявлять общий уровень зависимости, включая как линейные, так и нелинейные компоненты.

Полученные результаты подчеркивают применимость и целесообразность использования указанных методов в случаях, когда необходимо провести углубленный анализ временных рядов для выявления возможных взаимосвязей. Данные методы обеспечивают более полное понимание природы связей между временными рядами и могут способствовать разработке более точных моделей для прогнозирования и принятия решений.

Библиография

[1] Зверовщикова, Н. В. Анализ временных рядов и его применение в экономике и финансах / Н. В. Зверовщикова, И. М. Мойко, В. С. Шатов // Аналитические и численные методы моделирования естественно-научных и социальных проблем (АЧМ-2023) : Сборник статей по материалам XVIII Всероссийской с международным участием научно-технической конференции с конкурсом научно-исследовательских работ для обучающихся, посвященной 80-летию Пензенского государственного университета и 80-летию кафедры "Высшая и прикладная математика". В 2-х частях, Пенза, 06–10 ноября 2023 года. – Пенза: Пензенский государственный университет, 2023. – С. 165-172. – EDN SAIIHF.

[2] Муклаев, С. М. Обзор методов выявления взаимной зависимости временных рядов / С. М. Муклаев, А. С. Филиппова // Межвузовская научно-техническая конференция студентов, аспирантов и молодых специалистов имени Е.В. Арменского : материалы конференци, Москва, 05–13 апреля 2022 года / Московский институт электроники и математики Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики». – Москва: Московский институт электроники и математики НИУ ВШЭ, 2022. – С. 168-170. – EDN DMOARW.

[3] Колосов, М. В. Разработка моделей для построения прогнозатеплопотребления зданий / М. В. Колосов, Ю. Л. Липовка, Е. Е. Шишкова // Энергобезопасность и энергосбережение. – 2023. – № 3. – С. 17-22. – EDN JFMBNL.

[4] Гуляев, А. В. Определение основных факторов, оказывающих влияние на покупательский спрос, учитываемых при прогнозировании продаж / А. В. Гуляев // Развитие современной науки и технологий в условиях трансформационных процессов : Сборник материалов IX Международной научно-практической конференции, Москва, 22 февраля 2023 года. – Санкт-Петербург: Печатный цех, 2023. – С. 374-382. – EDN BQNGPR.

[5] Апальков, Ф. С. Поиск зависимостей тенденций между родственными временными рядами на основе угловой кластеризации трендов / Ф. С. Апальков, В. П. Степанов // Искусственный интеллект в автоматизированных системах управления и обработки данных : Сборник статей II Всероссийской научной конференции: в 5 томах, Москва, 27–28 апреля 2023 года. – Москва: КДУ, Добросвет, 2023. – С. 50-54. – EDN MUGCTL.

[6] Кунин, В. А. Количественная Оценка влияния финансового положения дебитора на стоимость дебиторской задолженности / В. А. Кунин, С. Г. Конькова // Финансовый бизнес. – 2023. – № 12(246). – С. 337-343. – EDN MVLUGS.

[7] Петренко, И. В. Популярно о коэффициенте линейной корреляции Пирсона / И. В. Петренко // Пути повышения эффективности управленческой деятельности органов государственной власти в контексте социально-экономического развития территорий : Материалы VII Международной научно-практической конференции, Донецк, 06–07 июня 2023 года. – Донецк: Донецкая академия управления и государственной службы, 2023. – С. 63-66. – EDN DAPREY.

[8] Бычаев, А. Г. Сравнительный анализ использования коэффициентов корреляции / А. Г. Бычаев // Научное обеспечение развития АПК в условиях импортозамещения : сборник научных трудов по материалам международной научно-практической конференции, Санкт-Петербург - Пушкин, 25–27 мая 2022 года. – Санкт-Петербург: Санкт-Петербургский государственный аграрный университет, 2022. – С. 89-93. – EDN CACARO.

[9] Макаренко, Е. А. Применение линейной корреляции Пирсона для прогнозирования банкротства страховых компаний / Е. А. Макаренко // Актуальные проблемы экономики и управления. – 2021. – № 1(29). – С. 41-44. – EDN BZTSRP.

[10] Analysis of global temperature influencing factors based on spearman correlation coefficient method and grey correlation theory / Yu. Zheng, Y. Meng, E. Lou [et al.] // Highlights in Science, Engineering and Technology. – 2023. – Vol. 48. – P. 102-111. – DOI 10.54097/hset.v48i.8271. – EDN BHEQPU.

[11] Павлова, К. В. Применение коэффициента ранговой корреляции Спирмена в статистических исследованиях / К. В. Павлова // Наука УИС. – 2023. – Т. 3, № 3(3). – С. 28-32. – EDN UBHMWG.

[12] Wang, H. Spearman Rank Correlation Screening for Ultrahigh-Dimensional Censored Data / H. Wang, J. Yan, X. Yan // Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence. – 2023. – Vol. 37, No. 8. – P. 10104-10112. – DOI 10.1609/aaai.v37i8.26204. – EDN EOOPAH.

[13] Li, W. Distance correlation test for high-dimensional independence / W. Li, Q. Wang, J. Yao // Bernoulli. – 2024. – Vol. 30, No. 4. – DOI 10.3150/23-bej1710. – EDN TGCOFI.

[14] Sudrajat, K. B. Correlation between Running Distance and Iliotibial Band Syndrome among Yogyakarta Runners / K. B. Sudrajat, F. Rahman // Jurnal Pendidikan Jasmani dan Olahraga. – 2023. – Vol. 8, No. 1. – P. 58-66. – DOI 10.17509/jpjo.v8i1.55438. – EDN PWHNOC.

[15] Székely, G. J. Brownian distance covariance / G. J. Székely, M. L. Rizzo // Annals of Applied Statistics. – 2009. – Vol. 3, No. 4. – P. 1236-1265. – DOI 10.1214/09-AOAS312. – EDN RLDMUV.

[16] Das, R. Feature selection with distance correlation / R. Das, G. Kasieczka, D. Shih // Physical Review D. – 2024. – Vol. 109, No. 5. – P. 054009. – DOI 10.1103/physrevd.109.054009. – EDN BDFVYP.

[17] Zhang, B. Distance correlation entropy and ordinal distance complexity measure: efficient tools for complex systems / B. Zhang, P. Shang // Nonlinear Dynamics. – 2024. – Vol. 112, No. 2. – P. 1153-1172. – DOI 10.1007/s11071-023-09080-8. – EDN OUPAMS.

[18] Zaiats, V. M. Claude shannon – the founder of classical information theory and his influence on modernity / V. M. Zaiats // Computer Technologies of Printing. – 2023. – Vol. 2, No. 50. – P. 41-58. – DOI 10.32403/2411-9210-2023-2-50-41-58. – EDN ITYQFC.

[19] Harré, M. S. Entropy, Economics, and Criticality / M. S. Harré // Entropy. – 2022. – Vol. 24, No. 2. – P. 210. – DOI 10.3390/e24020210. – EDN ZKYLAP.

[20] Ellerman, D. Introduction to logical entropy and its relationship to Shannon entropy / D. Ellerman // 4open. – 2022. – Vol. 5. – P. 1. – DOI 10.1051/fopen/2021004. – EDN MPJRYB.

[21] Anh, C. T. Mutual Information Based on Multiple Level Discretization Network Inference from Time Series Gene Expression Profiles / C. T. Anh, Yu. K. Kwon // Applied Sciences (Switzerland). – 2023. – Vol. 13, No. 21. – P. 11902. – DOI 10.3390/app132111902. – EDN IJLFWN.

[22] Лаптева А.В. Теория Информации / Уральский государственный экономический университет / Екатеринбург / 2023 / 98 стр. EDN FDMZQE.

[23] Contreras-Reyes, J. E. Mutual information matrix based on asymmetric Shannon entropy for nonlinear interactions of time series / J. E. Contreras-Reyes // Nonlinear Dynamics. – 2021. – DOI 10.1007/s11071-021-06498-w. – EDN DBONLZ.

[24] Multiscale permutation mutual information quantify the information interaction for traffic time series / Y. Yin, X. Wang, Q. Li [et al.] // Nonlinear Dynamics. – 2020. – Vol. 102, No. 3. – P. 1909-1923. – DOI 10.1007/s11071-020-05981-0. – EDN FCXPUW.

[25] Yamashita Rios De Sousa, A. M. Sign patterns symbolization and its use in improved dependence test for complex network inference / A. M. Yamashita Rios De Sousa, Ja. Hlinka // Chaos (Woodbury, N.Y.). – 2023. – Vol. 33, No. 8. – DOI 10.1063/5.0160868. – EDN IXBSCB.

Metrics for Evaluating the Dependence of Two Time Series

A.V. Gulyaev, S.V. Pivneva

***Abstract*— This article evaluates the dependence of time series through a comprehensive examination of the main methods for identifying dependencies, as well as their advantages and disadvantages. Time series are sequences of observations measured at equal intervals of time and play a crucial role in data analysis across various fields of science and technology. A measure of dependence between time series is essential for understanding the relationships and interactions between different processes. This can help improve forecasting models, optimize resource management, and enhance the accuracy of diagnostic systems. The first part of the article provides a detailed review of traditional time series analysis methods, highlighting their strengths and weaknesses. The second part of the article focuses on two advanced methods: distance correlation and mutual information. These methods are modern tools that enable researchers to detect both linear and nonlinear dependencies between time series, significantly expanding the analytical potential compared to traditional approaches based on linear correlation. This article aims to promote the integration and further development of these methods in various scientific and applied contexts. The authors' efforts are directed toward facilitating their widespread application for more accurate modeling and forecasting of temporal processes, which, in turn, can significantly improve the quality and precision of analytical research.**

***Keyword*— time series dependence, distance correlation, mutual information, metrics.**

REFERENCES

[1] Zverovshchikova, N. V. Analysis of Time Series and Its Application in Economics and Finance / N. V. Zverovshchikova, I. M. Moyko, V. S. Shatov // Analytical and Numerical Methods for Modeling Natural Science and Social Problems (ACHM-2023): Collection of Articles Based on Materials from the XVIII All-Russian Scientific and Technical Conference with International Participation, Dedicated to the 80th Anniversary of Penza State University and the 80th Anniversary of the "Higher and Applied Mathematics" Department, Penza, November 6–10, 2023. – Penza: Penza State University, 2023. – P. 165-172. – EDN SAIIHF.

[2] Muklaev, S. M. A Review of Methods for Identifying Mutual Dependencies in Time Series / S. M. Muklaev, A. S. Filippova // Interuniversity Scientific and Technical Conference for Students, Postgraduates, and Young Specialists Named After E. V. Armensky: Conference Materials, Moscow, April 5–13, 2022 / Moscow Institute of Electronics and Mathematics, National Research University "Higher School of Economics". – Moscow: Moscow Institute of Electronics and Mathematics, NRU HSE, 2022. – P. 168-170. – EDN DMOARW.\

[3] Kolosov, M. V. Development of Models for Forecasting Building Heat Consumption / M. V. Kolosov, Yu. L. Lipovka, E. E. Shishkova // Energy Security and Energy Saving. – 2023. – No. 3. – P. 17-22. – EDN JFMBNL.

[4] Gulyaev, A. V. Determining Key Factors Influencing Consumer Demand Considered in Sales Forecasting / A. V. Gulyaev // Development of Modern Science and Technology in the Context of Transformational Processes: Collection of Materials from the IX International Scientific and Practical Conference, Moscow, February 22, 2023. – St. Petersburg: Printing Workshop, 2023. – P. 374-382. – EDN BQNGPR.

[5] Apalkov, F. S. Searching for Dependency Trends Between Related Time Series Based on Angular Trend Clustering / F. S. Apalkov, V. P. Stepanov // Artificial Intelligence in Automated Control Systems and Data Processing: Collection of Articles from the II All-Russian Scientific Conference, in 5 volumes, Moscow, April 27–28, 2023. – Moscow: KDU, Dobrosvet, 2023. – P. 50-54. – EDN MUGCTL.

[6] Kunin, V. A. Quantitative Assessment of the Influence of a Debtor's Financial Position on the Value of Accounts Receivable / V. A. Kunin, S. G. Konkova // Financial Business. – 2023. – No. 12(246). – P. 337-343. – EDN MVLUGS.

[7] Petrenko, I. V. A Popular Overview of Pearson's Linear Correlation Coefficient / I. V. Petrenko // Ways to Improve the Efficiency of Public Administration in the Context of Socio-Economic Development of Territories: Materials from the VII International Scientific and Practical Conference, Donetsk, June 6–7, 2023. – Donetsk: Donetsk Academy of Management and Public Administration, 2023. – P. 63-66. – EDN DAPREY.

[8] Bychaev, A. G. Comparative Analysis of the Use of Correlation Coefficients / A. G. Bychaev // Scientific Support for the Development of the Agro-Industrial Complex in the Context of Import Substitution: Collection of Scientific Papers from the International Scientific and Practical Conference, St. Petersburg - Pushkin, May 25–27, 2022. – St. Petersburg: St. Petersburg State Agrarian University, 2022. – P. 89-93. – EDN CACARO.

[9] Makarenko, E. A. Application of Pearson's Linear Correlation for Forecasting the Bankruptcy of Insurance Companies / E. A. Makarenko // Current Problems of Economics and Management. – 2021. – No. 1(29). – P. 41-44. – EDN BZTSRP.

[10] Analysis of global temperature influencing factors based on spearman correlation coefficient method and grey correlation theory / Yu. Zheng, Y. Meng, E. Lou [et al.] // Highlights in Science, Engineering and Technology. – 2023. – Vol. 48. – P. 102-111. – DOI 10.54097/hset.v48i.8271. – EDN BHEQPU.

[11] Pavlova, K. V. Application of Spearman's Rank Correlation Coefficient in Statistical Research / K. V. Pavlova // UIS Science. – 2023. – Vol. 3, No. 3(3). – P. 28-32. – EDN UBHMWG.

[12] Wang, H. Spearman Rank Correlation Screening for Ultrahigh-Dimensional Censored Data / H. Wang, J. Yan, X. Yan // Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence. – 2023. – Vol. 37, No. 8. – P. 10104-10112. – DOI 10.1609/aaai.v37i8.26204. – EDN EOOPAH.

[13] Li, W. Distance correlation test for high-dimensional independence / W. Li, Q. Wang, J. Yao // Bernoulli. – 2024. – Vol. 30, No. 4. – DOI 10.3150/23-bej1710. – EDN TGCOFI.

[14] Sudrajat, K. B. Correlation between Running Distance and Iliotibial Band Syndrome among Yogyakarta Runners / K. B. Sudrajat, F. Rahman // Jurnal Pendidikan Jasmani dan Olahraga. – 2023. – Vol. 8, No. 1. – P. 58-66. – DOI 10.17509/jpjo.v8i1.55438. – EDN PWHNOC.

[15] Székely, G. J. Brownian distance covariance / G. J. Székely, M. L. Rizzo // Annals of Applied Statistics. – 2009. – Vol. 3, No. 4. – P. 1236-1265. – DOI 10.1214/09-AOAS312. – EDN RLDMUV.

[16] Das, R. Feature selection with distance correlation / R. Das, G. Kasieczka, D. Shih // Physical Review D. – 2024. – Vol. 109, No. 5. – P. 054009. – DOI 10.1103/physrevd.109.054009. – EDN BDFVYP.

[17] Zhang, B. Distance correlation entropy and ordinal distance complexity measure: efficient tools for complex systems / B. Zhang, P. Shang // Nonlinear Dynamics. – 2024. – Vol. 112, No. 2. – P. 1153-1172. – DOI 10.1007/s11071-023-09080-8. – EDN OUPAMS.

[18] Zaiats, V. M. Claude shannon – the founder of classical information theory and his influence on modernity / V. M. Zaiats // Computer Technologies of Printing. – 2023. – Vol. 2, No. 50. – P. 41-58. – DOI 10.32403/2411-9210-2023-2-50-41-58. – EDN ITYQFC.

[19] Harré, M. S. Entropy, Economics, and Criticality / M. S. Harré // Entropy. – 2022. – Vol. 24, No. 2. – P. 210. – DOI 10.3390/e24020210. – EDN ZKYLAP.

[20] Ellerman, D. Introduction to logical entropy and its relationship to Shannon entropy / D. Ellerman // 4open. – 2022. – Vol. 5. – P. 1. – DOI 10.1051/fopen/2021004. – EDN MPJRYB.

[21] Anh, C. T. Mutual Information Based on Multiple Level Discretization Network Inference from Time Series Gene Expression Profiles / C. T. Anh, Yu. K. Kwon // Applied Sciences (Switzerland). – 2023. – Vol. 13, No. 21. – P. 11902. – DOI 10.3390/app132111902. – EDN IJLFWN.

[22] Lapteva A.V. Information Theory / Ural State University of Economics / Yekaterinburg / 2023 / 98 pages. EDN FDMZQE.

[23] Contreras-Reyes, J. E. Mutual information matrix based on asymmetric Shannon entropy for nonlinear interactions of time series / J. E. Contreras-Reyes // Nonlinear Dynamics. – 2021. – DOI 10.1007/s11071-021-06498-w. – EDN DBONLZ.

[24] Multiscale permutation mutual information quantify the information interaction for traffic time series / Y. Yin, X. Wang, Q. Li [et al.] // Nonlinear Dynamics. – 2020. – Vol. 102, No. 3. – P. 1909-1923. – DOI 10.1007/s11071-020-05981-0. – EDN FCXPUW.

[25] Yamashita Rios De Sousa, A. M. Sign patterns symbolization and its use in improved dependence test for complex network inference / A. M. Yamashita Rios De Sousa, Ja. Hlinka // Chaos (Woodbury, N.Y.). – 2023. – Vol. 33, No. 8. – DOI 10.1063/5.0160868. – EDN IXBSCB.