

Критерии устойчивости платформы с реконфигурируемой трехколесной трансмиссией

С.Ф. Яцун, Е.В. Савельева, Е.Н. Политов

Аннотация— В работе рассматривается мобильная роботизированная платформа с реконфигурируемой трехколесной трансмиссией, предназначенная для автономной транспортировки небольших объемов полезных грузов в заданные точки в пределах обозначенной оператором территории. Исследуются динамические характеристики мобильной роботизированной платформы (МРП) в особых режимах движения. Режимы, или положения, при которых точка нулевого момента и проекция центра масс системы приближаются к границе опорного полигона или выходят за его пределы, называются особыми.

Управление положением точки нулевого момента, а также контроль за положением центра масс системы, позволяет обеспечить устойчивость исследуемой платформы от опрокидывания при перемещении в особых режимах движения. Решение поставленной задачи позволяет сократить время установки и закрепления груза на платформе вплоть до полного исключения этой технологической операции. Тем самым решается важная производственная задача повышения производительности процесса транспортировки груза.

В рамках данной работы проводится исследование условий, при которых исключается возникновение особых режимов и гарантируется устойчивое положение системы. Исследуется динамика МРП при прямолинейном движении в момент разгона и торможения. Для достижения поставленной цели при выполнении исследования решены следующие задачи: - разработана математическая модель движения системы; сформулированы условия устойчивого движения МРП; определено максимально допустимое ускорение платформы при прямолинейном движении в момент разгона и торможения; определены граничные положения точки нулевого момента.

Ключевые слова— мобильная роботизированная платформа, трехколесная трансмиссия, особые режимы, прямолинейное движение, кинематическая схема, точка нулевого момента, максимальная допустимая скорость.

Статья получена 11 марта 2024.

Исследование выполнено при поддержке Стратегического проекта «Приоритет-2030. Создание робототехнических средств для расширения функциональности человека»

Яцун С.Ф., Юго-западный государственный университет, г. Курск, Россия (e-mail: teormeh@inbox.ru).

Савельева Е.В., Юго-западный государственный университет, г. Курск, Россия (e-mail: katusavelkursk@yandex.ru).

Политов Е.Н., Юго-западный государственный университет, г. Курск, Россия (e-mail: e.politov@yandex.ru).

I. ВВЕДЕНИЕ

В связи с современными тенденциями по снижению ручного труда рабочих и переходом к цифровому производству, особое место среди технологических комплексов занимают промышленные самоходные роботы, которые используются для локальной доставки грузов, тем самым автоматизируя циклы выполнения повторяющихся действий [5, 11-13, 21, 24, 25]. Использование самоходных роботизированных комплексов увеличивает темпы производства, снижает трудоемкость и себестоимость работ, повышает их качество, безопасность работников и облегчает условия труда [9,14, 17].

Устройства самоходных роботизированных платформ для перевозки грузов, разрабатываемые России, Японии, США, Германии и странах Запада представлены в разном кинематическом исполнении, а так же различаются по виду платформы, числу колес, степени автоматизации движения и т.д. [9, 22]. Ключевыми направлениями при проектировании самоходных устройств для доставки грузов являются повышение их маневренности и обеспечение возможности работы в стесненных условиях, повышение допустимой массы перевозимого груза, повышение уровня автономности и др. [18-20, 27]. Исследуются вопросы управления, навигации и ориентирования на местности подобных систем, решаются задачи обхода препятствий [1-3, 6-8, 15,16, 23, 26].

В данной работе объектом исследования является мобильная роботизированная платформа (МРП) с реконфигурируемой трехколесной трансмиссией, несущим конструктивным элементом которой является силовой каркас для установки навесного оборудования или размещения перевозимых грузов [5,18]. Задача мобильной роботизированной платформы (МРП) заключается в автономной транспортировке небольших объемов грузов в заданные точки в пределах обозначенной оператором территории.

Предметом исследования данной работы является динамика грузовой платформы с трехколесной трансмиссией в особых режимах движения. Под особым режимом движения (или особым положением) в общем случае будем понимать такой режим, при котором точка

нулевого момента (ТНМ) стремится к границе опорного полигона МРП. Определение граничных условий движения МРП необходимо для обеспечения устойчивости системы при выполнении логистических операций. Под устойчивостью понимается способность системы сохранять текущее состояние при влиянии внешних воздействий. Если текущее состояние при этом не сохраняется, то такое состояние называется неустойчивым.

В рамках данной работы будет рассмотрена динамика МРП при поступательном прямолинейном движении в момент разгона и торможения. Дальнейшие исследования предполагают изучение особых режимов при повороте на месте, а так же и повороте с заданным радиусом.

II. АНАЛИЗ КИНЕМАТИКИ МРП С ТРЕХКОЛЕСНОЙ ТРАНСМИССИЕЙ ДЛЯ ДОСТАВКИ ГРУЗОВ

Выбор кинематической схемы МРП с трехколесной трансмиссией обусловлен тем, что кинематика трехколесных мобильных робототехнических комплексов обеспечивает их высокую маневренность [20]. Используемая кинематическая схема отличается наличием двух независимых ведущих колес и одного поворотного колеса. Такая кинематическая организация обеспечивает минимальный радиус поворота и при необходимости параллельное движение платформы относительно препятствия (Рис. 1). Реконфигурируемая схема трансмиссии позволяет варьировать площадь опорного полигона $S \in [S_{\min}, S_{\max}]$ (рис. 2), вплоть до соблюдения соотношения $\frac{S_{\min}}{S_{\max}} = 0,3$ что может быть полезно в решении задач различного назначения.

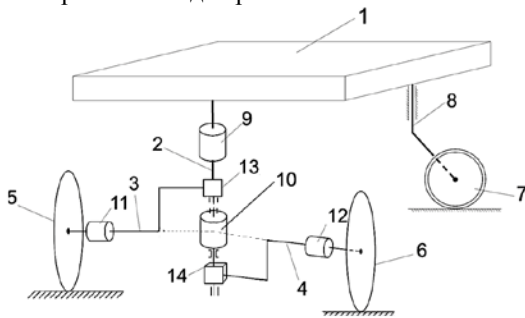


Рис. 1. Мобильная роботизированная платформа с трехколесной трансмиссией для доставки грузов

На рис. 1. показана мобильная роботизированная платформа с трехколесной трансмиссией для доставки грузов, которая содержит силовой каркас 1, на котором установлено два идентичных ведущих колесных модуля движения. Модули движения имеют общую вертикальную геометрическую ось 2, проходящую через выходные валы редукторов 13, 14. Системой автоматического управления (САУ) МРП обеспечивается независимый поворот ведущих модулей движения относительно вертикальной оси 2. Каждый из модулей включает в себя поворотный электропривод 9, 10, редуктор 13, 14, кинематически связанный с горизонтальной полуосью ведущего колеса

3, 4. На полуосях 3,4 ведущих колес 5, 6 установлены электроприводы 11, 12, вращающие каждое ведущее колесо 5, 6 соответственно, а так же на самоходной платформе 1 установлено одно роляное колесо 7 на стойке 8 с выносом, неограниченно вращающееся вокруг опорной стойки 8.

На рис. 2 представлен набор типовых случаев расположений ведущих колес при выполнении поворота на месте. Все представленные случаи можно охарактеризовать как особые режимы, так как положение проекции центра масс C системы стремится к границе опорного полигона. Опорный полигон МРП представляет собой геометрическую фигуру, вершинами которой являются точки касания колес опорной поверхности. На рис. 2,3 показано, что для платформы в трехколесном исполнении опорный полигон представлен треугольником.

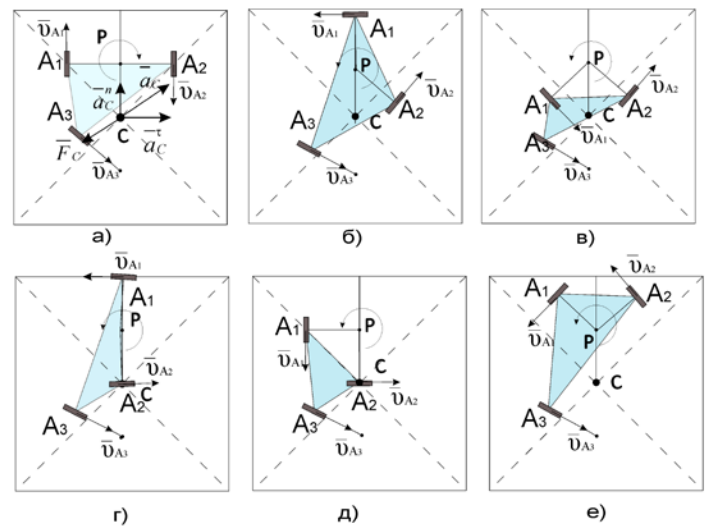


Рис. 2. Схема изменения опорной плоскости платформы при повороте ведущих колесных модулей. С- положение центра масс, Р- положение мгновенного центра скоростей (МЦС)

При выполнении поворота в случаях изменения положений ведущих колесных модулей в соответствии со схемами б), в), г), д) устойчивость обеспечивается. Наиболее сложные случаи представлены на схемах а), е). В случае равномерного вращения при реализации схем а), е) произойдет опрокидывание МРП. Для схем а), е) устойчивое положение может быть достигнуто появлением силы инерции при ускоренном вращении, которая позволила бы переместить точку нулевого момента в границы опорного полигона.

Платформа выбранной кинематики благодаря наличию двух ведущих колесных модулей и одного роляного колеса обладает повышенной маневренностью. Однако, такая кинематическая схема предполагает постоянный контроль за устойчивостью устройства от опрокидывания. Проблема в том, что при движении платформы с ускорением положение центра масс (ЦМ) на опорном полигоне (точки C_1 для платформы) не определяет, является ли движение устойчивым. В этом случае, точка нулевого момента K является

маркером, положение которого определяет, будет ли данный режим движения устойчивым или нет. Это условие накладывает соответствующие ограничения на динамические параметры движения МРП в режимах поступательного движения и поворота. Положение проекции точки K на опорной плоскости удобно рассмотреть с помощью рис. 3. При криволинейном движении, наличии ускорения и действии на МРП силы инерции (рис. 2), положение точки нулевого момента сместится на определенную величину, зависящую от массы груза и действующих на МРП ускорений.

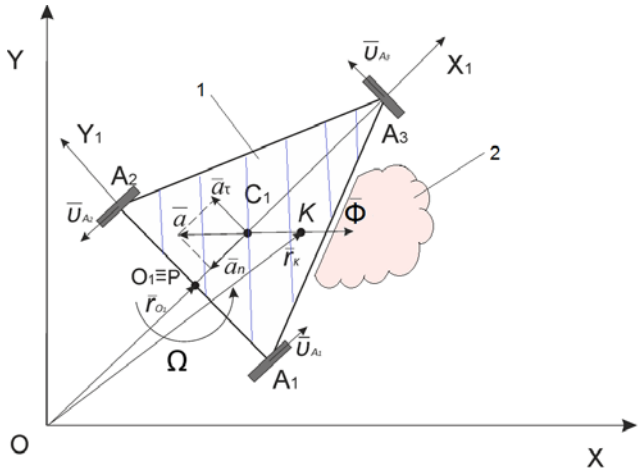


Рис. 3. Схема ускоренного поворота МРП вокруг т. O_1 . 1- опорный полигон, зона положений ТНМ, обеспечивающих устойчивость МРП, 2- зона положений ТНМ, не обеспечивающих устойчивость.

На рис. 3 Ω - угловая скорость поворота МРП вокруг МЦС, находящегося в точке O_1 . Центр масс платформы находится в точке C_1 . Составляющие ускорения показаны в общем виде. Для случая равномерного вращения $a_t = 0$. K - точка нулевого момента Φ - сила инерции. Модуль силы инерции определяется по формуле:

$$\Phi = \sqrt{(J\dot{\Omega})^2 + (mr\Omega^2)^2} \quad (1)$$

$J\dot{\Omega}$ – вращательная составляющая силы инерции,
 $mr\Omega^2$ - центробежная составляющая силы инерции

J – момент инерции, определяющийся по формуле:

$$J = J_0 + ma^2, \quad (2)$$

где J_0 - момент инерции, относительно центра масс; расстояние от центра масс тела до оси вращения. Определим координаты точки K .

$$\bar{r}_K = (x_K, y_K)^T \quad (3)$$

Для обеспечения устойчивого положения необходимо, чтобы точка нулевого момента K пересекла опорную поверхность. Очевидно, что платформа сохраняет устойчивое положение при условии, что $\bar{r}_K \in R^2$, где

R^2 -площадь опорной поверхности треугольника $A_1A_2A_3$.

В рамках данного исследования ограничимся динамическими параметрами прямолинейного ускоренного движения.

Положение центра масс C определим радиус – вектором:

$$\bar{r}_C = (x_C, y_C, z_C)^T \quad (4)$$

$$\bar{r}_C = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \bar{r}_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \quad (5)$$

Координаты центра масс определим по формулам:

$$x_C = \frac{\sum_{i=1}^n m_i x_i}{\sum_{i=1}^n m_i}, \quad y_C = \frac{\sum_{i=1}^n m_i y_i}{\sum_{i=1}^n m_i}, \quad z_C = \frac{\sum_{i=1}^n m_i z_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \quad (6)$$

Равнодействующая сил тяжести \bar{G} и сил инерции $\bar{\Phi}$ равна:

$$\bar{R} = \bar{G} + \bar{\Phi} \quad (7)$$

Определим уравнение линии действия \bar{R} .

$$z = Ax + B \quad (8)$$

При условии, что $x_C \neq x_K$.

Так как при $x = x_C, z = z_C$, а при $x = x_K, z = 0$, то подставляя эти условия в (8) получим:

$$A = \frac{z_C}{x_C - x_K} \quad (9)$$

$$B = -Ax_K = \frac{z_C x_K}{x_C - x_K} \quad (10)$$

$$z = \frac{z_C}{x_C - x_K} x + \frac{z_C x_K}{x_C - x_K} \quad (11)$$

Так как

$$x_K = x_C + \frac{z_C \Phi}{G} \quad (12)$$

Получаем:

$$z = \frac{z_C}{\frac{z_C \Phi}{G}} x + \frac{z_C (x_C + \frac{z_C \Phi}{G})}{\frac{z_C \Phi}{G}} = \frac{-z_C x + z_C (x_C + \frac{z_C \Phi}{G})}{\frac{z_C \Phi}{G}} = \frac{-z_C x G + z_C (x_C G + z_C \Phi)}{z_C \Phi} = \frac{z_C G (-x + x_C) + z_C^2 \Phi}{z_C \Phi} \quad (13)$$

При пересечении вектором R опорной поверхности (рис. 4) $z = 0, x = x_K$:

$$0 = \frac{z_C G(-x + x_C) + z_C^2 \Phi}{z_C \Phi}$$

$$G(-x + x_C) + z_C \Phi = 0$$

$$x = (z_C \Phi + x_C G) \frac{1}{G} \quad (14)$$

Координата точки K зависит от координат центра масс x_C, z_C , отношения силы инерции к силе тяжести:

$$x_K = z_C \frac{\Phi}{G} + x_C. \quad (15)$$

Следуя приведенному ниже соотношению, найдем точку пересечения прямой CK с плоскостью ZOX :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{G}{\Phi}. \quad (16)$$

Условием, обеспечивающим устойчивость системы, является:

$$x_K \in [X_A; X_B]. \quad (17)$$

Сила инерции имеет вид:

$$\Phi = \frac{G}{z_C} x_K - \frac{G}{z_C} x_C. \quad (18)$$

III. УПРАВЛЕНИЕ ПРИ ПРЯМОЛИНЕЙНОМ УСКОРЕННОМ ДВИЖЕНИИ МРП

Определение динамических параметров прямолинейного движения МРП предполагает решение задач двух типов:

1. Груз неподвижно установлен на платформе (Время закрепления груза $T_1 \neq 0$)
2. Груз не закреплен на платформе (Время закрепления груза $T_1 = 0$)

Для оптимизации скорости производственных процессов предпочтителен второй случай. Отсутствие закрепления груза при наличии сил инерции влияет на положение центра масс, точки нулевого момента, и как следствие, на устойчивость системы. Это накладывает соответствующие ограничения на параметры движения МРП. Значение внешней силы, при которой система переходит из устойчивого состояния в неустойчивое, называется критической силой. Доля внешней нагрузки по отношению к критической называется запасом устойчивости.

Контролируемыми параметрами, обеспечивающими запас устойчивости системы, для случая при максимальной загрузке МРП являются положение центра масс груза C_2 , расстояние AB между осями передней колесной пары и роляльного колеса, масса груза m_2 , максимальное ускорение платформы \ddot{x} , угол α - угол между вектором силы инерции и результирующим вектором R , который определяет положение точки K (ТНМ).

Положение точки K может быть определено в соответствии со схемой рис. 4.

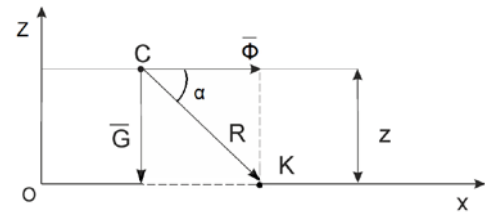


Рис. 4. Положение точки нулевого момента K в плоскости XOY

Расчетная схема движения МРП с незакрепленным грузом представлена на рис. 5. Сила трения груза о поверхность МРП не учитывается. В рамках данной работы принято допущение, что центр масс груза C_2 находится на конце невесомого стержня в состоянии устойчивого равновесия и отклоненного от состояния равновесия на величину $b/2$ и имеющего высоту h от опорной поверхности.

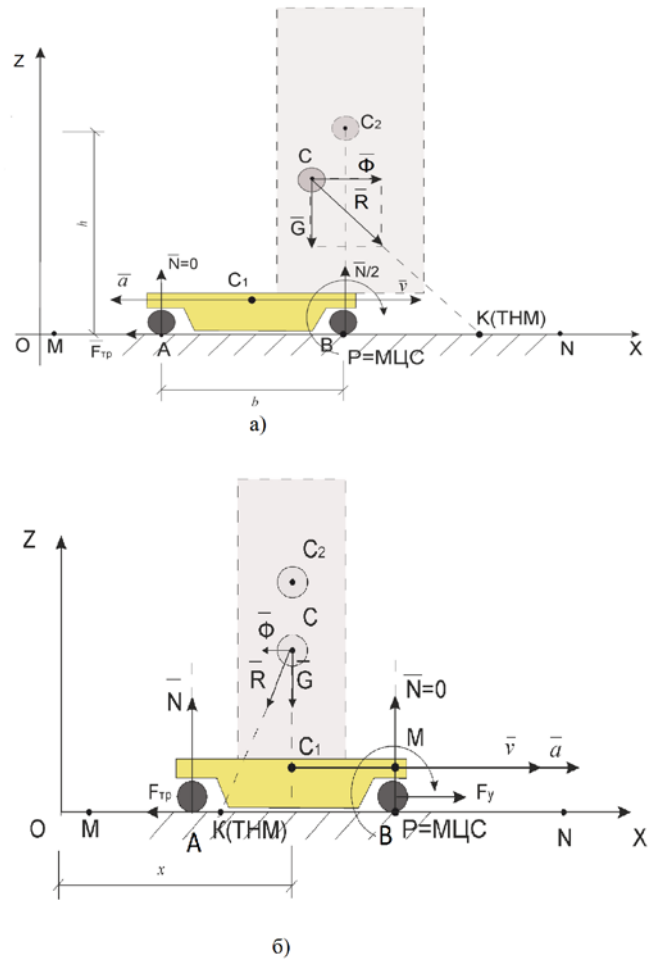


Рис. 5. Расчетная схема МРП при прямолинейном движении

На рис. 5а платформа движется вдоль оси Ox из точки M в N со скоростью \bar{v} и совершает торможение с ускорением \bar{a} . Рис. 5б иллюстрирует режим разгона МРП.

Время T движения платформы на участке MN состоит из времени, затрачиваемого на закрепление груза и времени, затрачиваемого непосредственно на движение, и определяется следующим образом:

$$T = T_1 + T_2, \quad (19)$$

где T_1 - время установки груза, T_2 - время, затрачиваемое непосредственно на движение по участку MN.

Эффективность логистических операций определяется качеством и скоростью их выполнения и может быть охарактеризована следующим уравнением:

$$T_2 = \frac{|MN|}{v_a} \Rightarrow \min, \quad (20)$$

v_a - средняя скорость на участке MN.

Положение точек M и N в выбранной системе координат определится радиус- векторами:

$$\begin{aligned} \vec{r}_M &= \begin{pmatrix} x_M \\ y_M \end{pmatrix}; \\ \vec{r}_N &= \begin{pmatrix} x_N \\ y_N \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (21)$$

Координата положения центра масс платформы X_C находится в пределах $X_M \leq X_C \leq X_N$ и может быть определена формулами:

$$\left\{ \begin{aligned} x_C &= \frac{\sum_{i=1}^2 m_i x C_i}{\sum_{i=1}^2 m_i}, \\ z_C &= \frac{\sum_{i=1}^2 m_i z C_i}{\sum_{i=1}^2 m_i} \end{aligned} \right., \quad (22)$$

где m_i - масса i -й части системы ($i=1$ - МРП, $i=2$ - груз) C_i - положение центра масс i -й части системы.

Сила, приводящая платформу в движение, определится по формуле:

$$F_y = \frac{M}{r}, \quad (23)$$

где M - момент, создаваемый на ведущем колесе МРП, r - радиус колеса

Уравнение движения МРП в дифференциальном виде может быть записано так:

$$(m_1 + m_2)\ddot{x} + \mu\dot{x} + F_{mp} \text{sign}(\dot{x}) = \frac{M}{r}(x, t), \quad (24)$$

где m_1 - масса тележки, m_2 - масса груза, μ - коэффициент вязкого трения, F_{mp} - сила трения.

Функция $\text{sign}(\dot{x})$ (знак числа) определяет режим движения МРП (разгон или торможение) и определяется как:

$$\begin{aligned} \text{sign}(\dot{x}) &= 1, \text{ если } \dot{x} > 0, \\ \text{sign}(\dot{x}) &= -1, \text{ если } \dot{x} < 0, \\ \text{sign}(\dot{x}) &= 0, \text{ если } \dot{x} = 0. \end{aligned}$$

$\frac{M}{r}(\dot{x}, t) = U$ - управляющее напряжение на колесе МРП, M - момент на ведущем колесе МРП, r - радиус ведущего колеса.

График изменения управляющего напряжения на ведущем колесе МРП представлен на рис. 6.

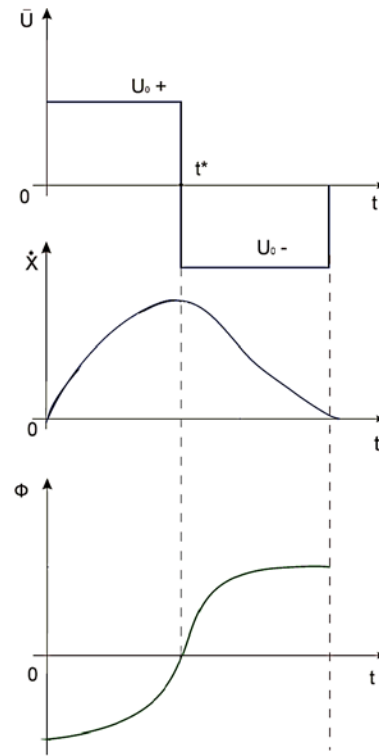


Рис. 6. Графики изменения контролируемых параметров управляющего напряжения, скорости и силы инерции (U , \dot{x} , Φ) по времени при переключении режимов разгона/торможения.

Управляющее напряжение на привод ведущего колеса МРП может быть определено по формуле:

$$\ddot{x} + 2n\dot{x} + F_{mp} \text{sign}(\dot{x}) = U \quad (25)$$

Примем, что $\dot{x} > 0$, и произведем замену, тогда:

$$\begin{cases} x = x_1 \\ \dot{x} = x_2 \end{cases} \quad (26)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_2 = -2nx_1 - f \text{sign}(x_1) + U \\ \dot{x}_1 = x_2 \end{cases} \quad (27)$$

Вектор управляющих воздействий:

$$\vec{q} = (x_1, x_2)^T \quad (28)$$

$$\dot{\vec{q}} = A\vec{q} + BU \quad (29)$$

Управляющее напряжение:

$$U = \begin{cases} U_0 t \in [t_0, t^*] \\ -U_0 t \in [t^*, t_1] \end{cases} \quad (30)$$

Максимально допустимое ускорение, исходя из формулы (18) имеет вид:

$$\ddot{x}_{\max} = \frac{g(x_K - x_C)}{z_C}. \quad (31)$$

Решая записанные уравнения, находим зависимость максимально допустимого ускорения от конструктивных параметров платформы: расстояния между роляльным колесом и ведущей колесной парой AB (в соответствии с рис. 5 обозначена как b) и высоты h расположения центра масс груза C_2 .

Графически данная зависимость отражена на рис. 7-8. Полученные зависимости построены для примера на основе конструктивных размеров $AB(b)$ и h 0,3-0,6 м., обозначенных по оси X, и могут быть использованы с целью подбора конструктивных параметров МРП, в зависимости от требуемого режима работы. В свою очередь, кинематические параметры работы платформы могут быть скорректированы оператором на основе данных о размерах устройства.

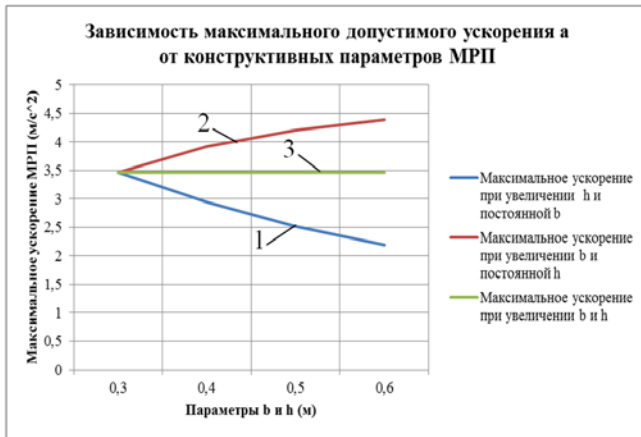


Рис. 7. Зависимость максимального допустимого ускорения \ddot{x} от конструктивных параметров b и h МРП

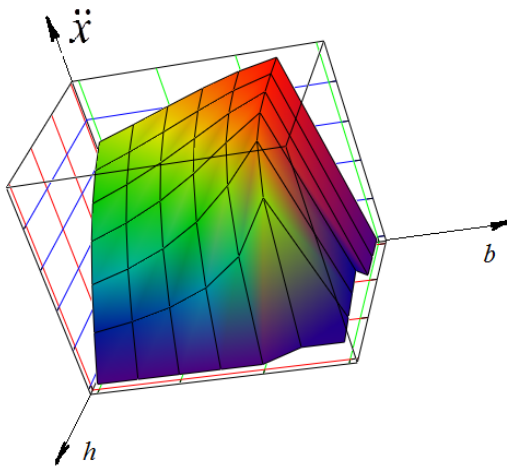


Рис. 8. Пространственный график зависимости максимального допустимого ускорения \ddot{x} от конструктивных параметров b и h МРП

Для удобства, рассмотрен одинаковый диапазон изменения параметров AB и h с одинаковым шагом. Как видно из рис. 7. на графике 1, с увеличением высоты расположения центра масс C_2 груза для предотвращения опрокидывания ускорение должно быть уменьшено. Обратную зависимость для ускорения дает увеличение расстояния AB между осями роляного и ведущих колес (график 2). При одновременном одинаковом изменении этих параметров, максимально допустимое ускорение может оставаться без изменений. На рис. 8 графически подтверждается, что с увеличением расстояния b максимально допустимое ускорение может быть увеличено. При увеличении параметра h максимально

допустимое ускорение \ddot{x} необходимо уменьшить до значений, позволяющих сохранить устойчивость МРП.

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Отсутствие закрепления груза при наличии сил инерции влияет на положение центра масс, точки нулевого момента, и как следствие, на устойчивость системы. Это накладывает соответствующие ограничения на параметры движения МРП.

Решение задач, связанных с управлением логистическими роботами, позволяет обеспечить их работу с заданной эффективностью.

В рамках данного исследования достигнуты следующие результаты:

- Разработана математическая модель движения системы;
- Сформулированы условия устойчивого движения МРП;
- Математически описана методика определения максимального допустимого ускорения платформы при прямолинейном движении в момент разгона и торможения;
- Определены граничные положения точки нулевого момента.

Достигнутые результаты позволяют в дальнейшем синтезировать такие параметры САУ на основе сформулированных условий, которые обеспечат устойчивое положение системы МРП в заданном диапазоне изменяемых параметров и, тем самым, МРП будет защищена от опрокидывания.

Дальнейшие исследования предполагают изучение динамики движения МРП при повороте, а так же формулировку условий устойчивого движения МРП, изучение методов контроля положения центра масс системы, и определение запаса устойчивости МРП в особых режимах движения. Случаи поворота на месте и поворота с заданным радиусом при наличии силы инерции заслуживают отдельного изучения и будут рассмотрены в последующих работах.

БИБЛИОГРАФИЯ

- [1] K. Asadi et al., "Vision-based integrated mobile robotic system for real-time applications in construction," *Automation in Construction*, vol. 96, pp. 470-482, 2018.
- [2] F.A.A. Cheein et al., "SLAM algorithm applied to robotics assistance for navigation in unknown environments," *Journal of neuroengineering and rehabilitation*, vol. 7, no. 1, pp. 1-16, 2010.
- [3] L. D'Alfonso, A. Griffo, P. Muraca, P. Pugliese, "A SLAM algorithm for indoor mobile robot localization using an Extended Kalman Filter and a segment based environment mapping," In *2013 16th International Conference on Advanced Robotics (ICAR)*, IEEE, 2013, November, pp. 1-6.
- [4] E. Politov, D. Afonin, V. Bartenev, "Mathematical modeling of motion of a two-section wheeled robot," In *Proceedings of 14th International Conference on Electromechanics and Robotics "Zavalishin's Readings"*, Springer, 2020, pp. 397-409.
- [5] E. Saveleva, E. Politov, "Highly Maneuverable Small-Sized Wheeled Mobile Robotic Construction Platform," *Frontiers in Robotics and Electromechanics*. Springer Nature Singapore, 2023, pp. 403-417.
- [6] U. Saranlı, A. Avci, M.C. Öztürk, "A modular real-time fieldbus architecture for mobile robotic platforms," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 60, no. 3, pp. 916-927, 2010.

- [7] W.Y. Shin et al., "Line segment selection method for fast path planning," *International Journal of Control, Automation, and Systems*, vol. 15, no. 3, p. 1322, 2017.
- [8] K. Yousif, A. Bab-Hadiashar, R. Hoseinnezhad, "An overview to visual odometry and visual SLAM: Applications to mobile robotics," *Intelligent Industrial Systems*, vol. 1, no. 4, pp. 289-311, 2015.
- [9] М.Н. Артеменко, П.А. Корчагин, И.А. Тетерина, "Тенденции развития мобильных беспилотных роботизированных комплексов. Опыт отечественных и зарубежных производителей," *Вестник Сибирской государственной автомобильно-дорожной академии*, т. 16, № 4 (68), с. 416-430б 2019.
- [10] А.В. Банников, К.С. Лельков, "Навигация роботизированной системы мониторинга дефектов наружной поверхности воздушного судна на его стоянке," В Материал. *XXIII конференции молодых ученых Навигация и управление движением*, СПб., 2021, с. 82-84.
- [11] П.А. Безмен, К.Г. Казарян, "Мобильный колесный робот "Х6WD", оснащенный системой манипуляторов," В *Сб. научных статей XI Международной научно-технической конф. Вибрационные технологии, мехатроника и управляемые машины. Часть 2*. Курск, 2014, с. 152-161.
- [12] А.М. Беляев, Д.В. Зезюлин, Д.Ю. Тюгин, А.А. Куркин, "Разработка автономного мобильного робототехнического комплекса для контроля и диагностики природной среды в прибрежных районах," В *Сб. трудов IV международной научно-практической конф. Инновации на транспорте и в машиностроении Том IV*. СПб., 2016, pp. 6-9.
- [13] В.В. Беляков, А.А. Куркин, Д.В. Зезюлин, В.С. Макаров, "Шасси робототехнического комплекса мониторинга прибрежной зоны," *Труды НГТУ им. ПЕ Алексеева*, no. 4 (106), с. 353-357, 2014.
- [14] А. Булгаков, В. Воробьев, *Промышленные роботы. Кинематика, динамика, контроль и управление*. Litres, 2020.
- [15] К.В. Защелкин, В.В. Калинин, Н.О. Ульченко, Комбинированный способ навигации автономного мобильного робота," В *МНИК «Современные информационные и электронные технологии»*. Одесса, 2013, с. 174-177.
- [16] В.М. Карташов, В.А. Посошенко, Р.И. Цехмистро, Л.П. Тимошенко, М.М. Колендовская, "Методы ориентации, навигации и контроля мобильных робототехнических платформ," *Radiotekhnika*, no. (199), pp. 38-44, 2019.
- [17] А.Э. Кубалов, А.Х. Глашев, ..., С.А. Синенко, "Использование мобильных роботов при разведке местности в строительном деле," *Точная наука*, no. 4, pp. 39-45, 2017.
- [18] О.Г. Локтионова, Е.В. Савельева, "Алгоритм управления движением мобильной роботизированной платформы с изменяемым уровнем автономности," *International Journal of Open Information Technologies*, vol. 11, no. 4, pp. 29-37, 2023.
- [19] Ю.Г. Мартыненко, "Управление движением мобильных колесных роботов," *Фундаментальная и прикладная математика*, no. 8, с. 29-80, 2005; С.Набиюллин А.Р., Кавалеров М. В. Многоцелевая колесная роботизированная платформа с низкой себестоимостью. *Extreme Robotics*, т. 1, № 1, с. 70-79, 2013.
- [20] Р.А. Мунасыпов, Т.Р. Шахмаметьев, С.С. Москвичев, "Телеуправляемый диагностический комплекс на основе робота высокой мобильности," *Extreme Robotics*, № 1 (25), с. 84-93, 2014.
- [21] Р.А. Мунасыпов и др., "Роботизированная платформа высокой мобильности для задач диагностики элементов судовых конструкций," *Extreme Robotics*, № 1 (27), с. 389-393, 2016.
- [22] Е.А. Мясникова, "Особенности организации городской среды в условиях развития беспилотных логистических систем," *Инновации и инвестиции*, № 7, с. 361-364, 2023.
- [23] В.Е. Павловский, В.В. Павловский, "Технологии SLAM для подвижных роботов: состояние и перспективы," *Мехатроника, автоматизация, управление*, т. 17, № 6, с. 384-394, 2016
- [24] Е.В. Савельева, "Роботизированные системы для укладки мелкоштучных элементов при возведении стен малоэтажных жилых зданий," В *Сб. 2-й Международной научной конференции перспективных разработок молодых ученых Наука молодых-будущее России*. Том 5. Курск, 2017, с. 160-163.
- [25] С.Г. Цариченко, "Экстремальная робототехника в МЧС России-задачи и перспективы," *Safety & Fire Technology*, т. 28, с. 97-104, 2012.
- [26] Д.Е. Чикрин, А.А. Егорчев, С.В. Голоусов, П.А. Савинков, Д. Н. Тумаков. Использование динамических рефлексивных графов при решении задач планирования пути и тактического управления роботизированной колесной платформой," *Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки*, № 4 (48), с. 75-87, 2018.
- [27] С.Ф. Яцун, В.В. Бартнев, Е.Н. Политов, Д.В. Афонин, "Моделирование движения робота-тягача для транспортировки самолетов по аэродрому," *Известия Юго-Западного государственного университета*, № 22(2), с. 34-43, 2018.

Motion Dynamics of a Three-Wheeled Transmission Cargo Platform in Special Modes

S.F. Jatsun, E.V. Saveleva, E.N. Politov

Abstract – The paper discusses a mobile robotic platform designed for autonomous transportation of small volumes of payloads to specified points within the territory designated by the operator. The dynamic characteristics of a mobile robotic platform (MRP) with a three-wheel transmission in special driving modes are studied. Modes or positions in which the point of zero moment approaches the boundary of the reference polygon or goes beyond it are called special.

Controlling the position of the zero moment point, as well as monitoring the position of the system's center of mass, makes it possible to ensure the stability of the platform under study from tipping over when moving in special motion modes. The solution to this problem allows us to reduce the time for installing and securing the load on the platform, up to the complete elimination of this technological operation. This solves the important production problem of increasing the productivity of the cargo transportation process.

Within the framework of this work, a study is carried out of the conditions under which the occurrence of special regimes is excluded and the stable position of the system is guaranteed. The dynamics of the MRP during rectilinear motion at the moment of acceleration and braking is investigated. To achieve this goal, the following tasks were solved during the study: - a mathematical model of the system's motion was developed; the conditions for sustainable movement of MCI are formulated; the maximum permissible acceleration of the platform during straight-line motion at the time of acceleration and braking was determined; the boundary positions of the zero moment point are determined.

Keywords - mobile robotic platform, three-wheeled transmission, stability, special modes, special positions, reference plane, rectilinear motion, kinematic diagram, zero moment point, center of gravity, maximum permissible speed.

БИБЛИОГРАФИЯ

- [1] K. Asadi et al., "Vision-based integrated mobile robotic system for real-time applications in construction," *Automation in Construction*, vol. 96, pp. 470-482, 2018.
- [2] F.A.A. Cheein et al., "SLAM algorithm applied to robotics assistance for navigation in unknown environments," *Journal of neuroengineering and rehabilitation*, vol. 7, no. 1, pp. 1-16, 2010.
- [3] L. D'Alfonso, A. Griffio, P. Muraca, P. Pugliese, "A SLAM algorithm for indoor mobile robot localization using an Extended Kalman Filter and a segment based environment mapping," In *2013 16th International Conference on Advanced Robotics (ICAR)*, IEEE, 2013, November, pp. 1-6.
- [4] E. Politov, D. Afonin, V. Bartenev, "Mathematical modeling of motion of a two-section wheeled robot," In *Proceedings of 14th International Conference on Electromechanics and Robotics "Zavalishin's Readings"*, Springer, 2020, pp. 397-409.
- [5] E. Saveleva, E. Politov, "Highly Maneuverable Small-Sized Wheeled Mobile Robotic Construction Platform," *Frontiers in Robotics and Electromechanics*. Springer Nature Singapore, 2023, pp. 403-417.
- [6] U. Saranlı, A. Avci, M.C. Öztürk, "A modular real-time fieldbus architecture for mobile robotic platforms," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 60, no. 3, pp. 916-927, 2010.
- [7] W.Y. Shin et al., "Line segment selection method for fast path planning," *International Journal of Control, Automation, and Systems*, vol. 15, no. 3, p. 1322, 2017.
- [8] K. Yousif, A. Bab-Hadiashar, R. Hoseinnezhad, "An overview to visual odometry and visual SLAM: Applications to mobile robotics," *Intelligent Industrial Systems*, vol. 1, no. 4, pp. 289-311, 2015.
- [9] M.N. Artemenko, P.A. Korchagin, I.A. Teterina, "Tendencii razvitiya mobil'nyh bespilotnyh robotizirovannyh kompleksov. Opyt otechestvennyh i zarubezhnyh proizvoditelej," *Vestnik Sibirskoj gosudarstvennoj avtomobil'no-dorozhnoj akademii*, vol. 16, no. 4 (68), pp. 416-430, 2019. [In Rus]
- [10] A.V. Bannikov, K.S. Le'kov, "Navigacija robotizirovannoj sistemy monitoringa defektov naruzhnoj poverhnosti vozdušnogo sudna na ego stojanke," In *Material. HXIII konferencii molodyh uchenyh Navigacija i upravlenie dvizheniem*, SPb., 2021, pp. 82-84. [In Rus]
- [11] P.A. Bezmen, K.G. Kazarjan, "Mobil'nyj kolesnyj robot "X6WD", osnashennyj sistemoj manipuljatorov," In *Sb. nauchnyh statej XI Mezhdunarodnoj nauchno-tehnicheskoy konf. Vibracionnye tehnologii, mehatronika i upravljajemye mashiny*. Ch. 2. Kursk, 2014, pp. 152-161. [In Rus]
- [12] A.M. Beljaev, D.V. Zezulin, D.Ju. Tjugin, A.A. Kurkin, "Razrabotka avtonomnogo mobil'nogo robototehnicheskogo kompleksa dlja kontrolja i diagnostiki prirodnoj sredy v pribrezhnyh rajonah," In *Sb. trudov IV mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konf. Innovacii na transporte i v mashinostroenii*. V. IV. SPb., 2016, pp. 6-9. [In Rus]
- [13] V.V. Beljakov, A.A. Kurkin, D.V. Zezulin, V.S. Makarov, "Shassi robototehnicheskogo kompleksa monitoringa pribrezhnoj zony," *Trudy NGTU im. RE Alekseeva*, no. 4 (106), pp. 353-357, 2014. [In Rus]
- [14] A. Bulgakov, V. Vorob'ev, *Promyshlennye roboty. Kinematika, dinamika, kontrol' i upravlenie*. Litres, 2020. [In Rus]
- [15] K.V. Zashhelkin, V.V. Kalinichenko, N.O. Ul'chenko, "Kombinirovannyj sposob navigacii avtonomnogo mobil'nogo robota," In *MNPK «Sovremennye informacionnye i jelektronnye tehnologii»*. Odessa, 2013, pp. 174-177. [In Rus]
- [16] V.M. Kartashov, V.A. Pososhenko, R.I. Cehmistro, L.P. Timoshenko, M.M. Kolendovskaja, "Metody orientacii, navigacii i kontrolja mobil'nyh robototehnicheskijh platform," *Radiotekhnika*, no. (199), pp. 38-44, 2019. [In Rus]
- [17] A.Je. Kubalov, A.H. Glashev, ..., S.A. Sinenko, "Ispol'zovanie mobil'nyh robotov pri razvedke mestnosti v stroitel'nom dele," *Tochnaja nauka*, no. 4, pp. 39-45, 2017.
- [18] O.G. Loktionova, E.V. Saveleva, "Algoritm upravlenija dvizheniem mobil'noj robotizirovannoj platformy s izmenjajemyj urovnem avtonomnosti," *International Journal of Open Information Technologies*, vol. 11, no. 4, pp. 29-37, 2023.
- [19] J.G. Martynenko, "Upravlenie dvizheniem mobil'nyh kolesnyh robotov," *Fundamental'naja i prikladnaja matematika*, no. 8, c. 29-80, 2005; S.Nabijullin A.R., Kavalero M.V. Mnogocelovaja kolesnaja robotizirovannaja platforma s nizkoj sebestoimost'ju. *Extreme Robotics*, vol. 1, no. 1, pp. 70-79, 2013.
- [20] R.A. Munasyypov, T.R. Shahmamet'ev, S.S. Moskvichev, "Teleupravljajemyj diagnosticheskij kompleks na osnove robota vysokoj mobil'nosti," *Extreme Robotics*, no. 1 (25), pp. 84-93, 2014. [In Rus]
- [21] R.A. Munasyypov i dr., "Robotizirovannaja platforma vysokoj mobil'nosti dlja zadach diagnostiki jelementov sudovyh konstrukcij," *Extreme Robotics*, no. 1 (27), p. 389-393, 2016. [In Rus]

- [22] E.A. Mjasnikova, "Osobnosti organizacii gorodskoj sredy v uslovijah razvitija bespilotnyh logisticheskikh sistem," *Innovacii i investicii*, no 7, pp. 361-364, 2023. [In Rus]
- [23] V.E. Pavlovskij, V.V. Pavlovskij, "Tehnologii SLAM dlja podviznyh robotov: sostojanie i perspektivy," *Mehatronika, avtomatizacija, upravlenie*, vol. 17, no 6, pp. 384-394, 2016 [In Rus]
- [24] E.V. Saveleva, "Robotizirovannye sistemy dlja ukladki melkoshtuchnyh jelementov pri vozvedenii sten malojetaznyh zhilyh zdaniy," In *Sb. 2-j Mezhdunarodnoj nauchnoj konferencii perspektivnyh razrabotok molodyh uchenyh Nauka molodyh-budushhee Rossii*. V. 5. Kursk, 2017, pp. 160-163. [In Rus]
- [25] S.G. Carichenko, "Jekstremal'naja robototehnika v MChS Rossii-zadachi i perspektivy," *Safety & Fire Technology*, vol. 28, pp. 97-104, 2012. [In Rus]
- [26] D.E. Chikrin, A.A. Egorchev, S.V. Golousov, P.A. Savinkov, D. N. Tumakov. Ispol'zovanie dinamicheskikh reflektivnyh grafov pri reshenii zadach planirovanija puti i takticheskogo upravlenija robotizirovannoj kolesnoj platformoj," *Izvestija vysshih uchebnyh zavedenij. Povolzhskij region. Tehnicheskie nauki*, no 4 (48), pp. 75-87, 2018. [In Rus]
- [27] S.F. Jatsun, V.V. Bartenev, E.N. Politov, D.V. Afonin, "Modelirovanie dvizhenija robota-tjagacha dlja transportirovki samoletov po ajerodromu," *Izvestija Jugo-Zapadnogo gosudarstvennogo universiteta*, no. 22(2), pp. 34-43, 2018. [In Rus]

S.F. Jatsun, South-West State University, Kursk, Russia (e-mail: teormeh@inbox.ru).

E.V. Saveleva, South-West State University, Kursk, Russia (e-mail: katasavelkursk@yandex.ru).

E.N. Politov, South-West State University, Kursk, Russia (e-mail: e.politov@yandex.ru).