

Выбор мета параметров в плохо обусловленной задаче идентификации на примере раздельного оценивания тяги летательного аппарата

О.Н. Корсун, В.Д. Ляхов, А.В. Стуловский

Аннотация— В данной статье рассматривается вопрос выбора мета параметров при решении плохо обусловленной задачи идентификации, главным признаком которой является то, что малые погрешности входных данных сильно влияют на конечный результат. Существует множество эвристических подходов к решению такого рода задач. В рамках этой работы исследуется влияние длины скользящего интервала и выбора целевого функционала. Проблема рассматривается на примере задачи раздельной идентификации силы тяги и коэффициентов силы сопротивления, часто возникающую применительно к летным испытаниям самолетов, поскольку значение силы тяги важным образом характеризует их эксплуатационные возможности. Поэтому уточнение значения тяги является обязательным этапом летных испытаний. Для регуляризации задачи предлагается специальный тестовый полетный маневр, основанный на следующих соображениях. Примем, что сила тяги остается постоянной при постоянном режиме работы двигателя, постоянной высоте и малом изменении полетной скорости. Тогда для обеспечения идентифицируемости системы необходимо осуществлять изменения скорости, амплитуда которых мала по сравнению с установившимся значением, так чтобы на интервале обработки выполнялось условие постоянства силы тяги. В частности, изменения скорости при постоянной режиме работы двигателя можно добиться выполняя серию пикирований и кабрирований с малым наклоном траектории. На данных, полученных на стенде полунатурного моделирования, продемонстрировано, что с шумами, близкими к наблюдаемым при проведении летных экспериментов, удается получить оценки с достаточно высокой точностью.

Ключевые слова— плохо обусловленные задачи идентификации, стендовое моделирование.

I. ВВЕДЕНИЕ

Многие исследовательские задачи связаны с определением структуры исследуемой системы или с определением ее параметров, т.е. их решение состоит в использо-

вании методов теории идентификации. Серьезным ограничением на их применение является плохая обусловленность [1] рассматриваемой задачи.

Плохая обусловленность задачи вызвана тем, что не все элементы пространства состояний влияют на выход модели. Однако это не означает, что для такой системы значения параметров невозможно определить. Разработан ряд эвристических подходов для преодоления данной проблемы, использующих нестационарный характер системы для поиска локального решения. Такие подходы связаны, как правило, с выбором релевантных данных из массива доступных и формализацией процедуры такого выбора. Например, параметры динамической системы могут рассматриваться на скользящем интервале, длина которого также может варьироваться.

Примером плохо обусловленной задачи идентификации является задача оценки эффективной силы тяги двигателя. Она имеет высокое практическое значение, поскольку тяга является одним из ключевых параметров самолета, так как именно от нее зависит ряд основных характеристик летательного аппарата (ЛА). Поэтому уточнение значения тяги является обязательным этапом летных испытаний.

В рамках данной работы рассматривается влияние выбора параметров решения идентификационной задачи, таких как длина скользящего интервала и целевой функционал, на примере оценки эффективной тяги двигателя. В исследовании используются данные полученные на стенде полунатурного моделирования.

II. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Вначале сформулируем задачу раздельной идентификации силы тяги. Рассмотрим уравнение сил, которые действуют на ЛА вдоль оси ОХ связанной системы координат:

$$P_x(t) = mgn_x(t) + c_x(t)q(t)S, \quad (1)$$

где $P_x(t)$ - проекция силы тяги; $n_x(t)$ - продольная составляющая вектора перегрузки; $c_x(t)$ - коэффициент продольной аэродинамической силы; $q(t)$ - скоростной напор; m - масса ЛА; S - эквивалентная площадь крыла.

Влияние погрешностей на результаты измерений, выполненных в ходе эксперимента, учтем в (1) при помо-

Статья получена 12 марта 2024.

Корсун О. Н.: ФАУ ГосНИИАС, Москва (e-mail: marmotto@rambler.ru).

Ляхов В. Д.: ФАУ ГосНИИАС, Москва (e-mail: lyakhov_vd@gosniias.ru).

Стуловский А. В.: ФАУ ГосНИИАС, Москва (e-mail: avstlv@gosniias.ru).

щи дополнительного слагаемого

$$P_x(t) = mgn_x(t) + c_x(t)q(t)S + \varepsilon(t), \quad (2)$$

где $\varepsilon(t)$ - невязка уравнений.

Измерения выполняются в дискретные равноотстоящие моменты времени с шагом Δt . Для решения задачи на интервале измерений выделим скользящий интервал T , содержащий $2m+1$ измерений каждого параметра. Тогда для k -го момента времени, центрированный на нем интервал T_k имеет вид

$$T_k = [t_{k-m} \dots t_k \dots t_{k+m}].$$

Для простоты записи положим, что при вычислениях на каждом интервале T_k отсчет времени ведется от его средней точки т.е. $t_k = 0$.

Тогда для точек базового интервала систему уравнений (2) можно записать

$$P_x(t_j) = mgn_x(t_j) + c_x(t_j)q(t_j)S + \varepsilon(t_j), \\ j = -m \dots m. \quad (3)$$

Предположим, что на длине интервала тяга двигателя остается постоянной, а коэффициент силы сопротивления может быть представлен в виде полинома второй степени от угла атаки с постоянными коэффициентами. Тогда

$$P_x(t_j) = P(0), \quad c_x(t_j) = c_{x0} + c_x^\alpha \alpha(t_j) + c_x^{\alpha^2} \alpha^2(t_j) \\ j = -m \dots m. \quad (4)$$

В результате для каждого интервала можно записать систему линейных уравнений с неизвестными параметрами на основе (3)

$$P_x(0) = mgn_x(t_j) + q(t_j)S(c_{x0} + c_x^\alpha \alpha(t_j) + \\ + c_x^{\alpha^2} \alpha^2(t_j)) + \varepsilon(t_j), \quad j = -m \dots m. \quad (5)$$

Уравнения (5) можно для удобства переписать в матричном виде

$$Fa = mgN + \varepsilon, \quad (6)$$

где $F_j = (1 \quad q(t_j)S \quad q(t_j)S\alpha(t_j) \quad q(t_j)S\alpha^2(t_j))$ - j -ая строка матрицы F ; $a^T = (P_x(0) \quad c_{x0} \quad c_x^\alpha \quad c_x^{\alpha^2})$ - вектор оцениваемых параметров.

Значения параметров могут быть определены при помощи метода наименьших квадратов. В таком случае дисперсионная матрица оценки элементов вектора параметров (при условии некоррелированных погрешностей $\varepsilon(t_j)$) может быть вычислена на основе информационной матрицы [2]

$$D[\hat{a}] = \sigma_\varepsilon^2 (F^T F)^{-1}, \quad (7)$$

где σ_ε^2 - дисперсия ошибок измерений ε .

При рассмотрении (7) можно убедиться, что матрица оказывается вырожденной при $q = const$, так как в этом случае строки матрицы совпадают с точностью до постоянного множителя.

На этом основании можно сформулировать необходимое допущение, при соблюдении которого задача имеет решение. Предположим, что сила тяги остается постоянной при постоянном режиме работы двигателя,

постоянной высоте и малом изменении полетной скорости (из чего следует малое изменение скоростного напора, пропорционального квадрату скорости). Тогда для обеспечения идентифицируемости системы необходимо осуществлять изменения скорости, амплитуда которых мала по сравнению с установившимся значением, зависящим от модели двигателя и рассматриваемого полетного режима, так чтобы на интервале обработки выполнялось условие постоянства силы тяги. Соблюдение этих условий должно обеспечить изменение скоростного напора, достаточное для невырожденности матрицы (7).

В частности, изменения скорости при постоянной работе двигателя можно добиться выполняя серию пикирований и кабрирований с малым наклоном траектории. Изменения угла атаки, которыми сопровождается переходный процесс позволяют повысить точность оценок параметров коэффициента силы сопротивления. Более подробное описание маневра, удовлетворяющего этим условиям, приводится в [3].

III. ОПИСАНИЕ ЧИСЛЕННОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

На пилотажном стенде было выполнено несколько маневров, отвечающих требованию, сформулированному в предыдущем пункте – малое изменение скорости при постоянной тяге. После чего к записанным сигналам добавлялся шум и проводилась операция сглаживания шумов и согласования данных.

Проверка согласованности и сглаживание данных производилось при помощи математической модели движения ЛА [4]. Для этого из общей модели пространственного движения [5] выделялись уравнения движения в вертикальной плоскости, описывающие изменение скорости полета, высоты, углов атаки и скольжения, тангажа и крена

$$\dot{\alpha} = \omega_z - \cos^{-1} \beta ((a_x/V - \omega_y \sin \beta) \sin \alpha + \\ + (a_y/V + \omega_x \sin \beta) \cos \alpha); \\ \dot{\beta} = a_z \cos \beta / V - (a_x \sin \beta / V - \omega_y) \cos \alpha + \\ + (a_y \sin \beta / V + \omega_x) \sin \alpha; \\ \dot{V} = a_x \cos \alpha \cos \beta - a_y \sin \alpha \cos \beta + a_z \sin \beta; \quad (8) \\ \dot{\vartheta} = \omega_y \sin \gamma + \omega_z \cos \gamma; \\ \dot{\gamma} = \omega_x - \operatorname{tg} \vartheta (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma); \\ \dot{H} = V (\cos \alpha \sin \vartheta - \sin \alpha \cos \vartheta),$$

где $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ - угловые скорости относительно связанной оси; ϑ - угол тангажа; γ - угол крена; β - угол скольжения; V - воздушная скорость ЛА; H - высота; m_z - коэффициент момента тангажа; J_z - момент инерции относительно оси связанной системы; b_A - длина средней аэродинамической хорды; a_x, a_y, a_z - проекции ускорения на оси связанной системы координат.

Ускорения, входящие в систему уравнений (8), выразим через перегрузки n_x, n_y, n_z , определенные в связанной системе координат

$$\begin{aligned} a_x &= g(n_x - \sin \vartheta); \\ a_y &= g(n_y - \cos \vartheta \cos \gamma); \\ a_z &= g(n_z + \cos \vartheta \sin \gamma). \end{aligned}$$

Расхождение выходов модели и соответствующих измерений можно исключить, если решить задачу идентификации. В данном случае вектор искомых параметров состоит из шести компонент, представляющих собой постоянные погрешности в каналах угловых скоростей и перегрузок. Значения параметров определяются из условия минимума квадратов рассогласования заданных сигналов и полученных при моделировании значений углов атаки, скольжения, тангажа, крена и истинной воздушной скорости.

Маневр на стенде выполнялся преимущественно в вертикальной плоскости, поэтому параметры бокового движения такие как углы скольжения, крена и соответствующие угловые скорости близки к нулю. Тем не менее приравнять их к нулю, в соответствии с общепринятым в динамике полета подходом, нецелесообразно [6], так как вследствие этого могут возникнуть дополнительные погрешности. Поэтому при решении задачи их значения, полученные в ходе стендового моделирования добавляются в систему (8).

После согласования данных к выходам модели (сигналам перегрузок n_x и n_y , скорости и угла атаки) добавлялись шумы с нулевым математическим ожиданием. Для первой серии экспериментов их среднеквадратичские отклонения (СКО), представлены в таблице I.

Таблица I. СКО шумов, используемых для первой серии экспериментов

СКО шума в перегрузках n_x и n_y ,	СКО шума в скорости, км/ч	СКО шума в угле атаки, градус
0,001	0,9	0,06

При проведении второй серии СКО шумов были увеличены в 2 раза. Данный уровень погрешностей примерно соответствует значениям погрешностей, наблюдаемых в летных испытаниях. Вид скорости для одного из обработанных участков с таким уровнем шума приводится на рис. 1.

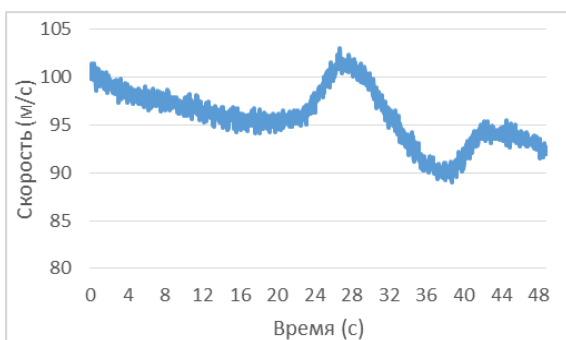


Рис. 1.– Вид сигнала скорости с аддитивным шумом

Следует отметить, что представленная математическая модель отвечает полету в условиях спокойной атмосферы без ветра и турбулентности.

При решении задачи идентификации сравнивались два различных параметра алгоритма. Сначала исследовалось влияние длины интервала обработки на качество оценок. Исследование выполнялось с длинами окна равными 20 и 40 с. Поскольку шум имеет нулевое математическое ожидание, то можно предположить, что при увеличении длины окна и точность результатов будет повышаться за счет осреднения.

Следующим исследуемым мета параметром было условие выбора ответа из оценок полученных на участке. Рассматривалось два возможных критерия, характеризующих информационную матрицу (7), а значит и дисперсию оценок параметра. Могло использоваться либо число обусловленности матрицы (отношение наибольшего собственного числа к наименьшему собственному числу), либо ее диагональные элементы. В данном исследовании использовался диагональный элемент, характеризующий дисперсию постоянного коэффициента силы сопротивления.

Данные параметры естественным образом реагируют на изменение обусловленности задачи. При уменьшении абсолютных значений числа обусловленности или диагональных элементов улучшается качество решения. Сами по себе абсолютные значения этих параметров достаточно мало говорят о полученном решении, но исследуя их динамику при смещении интервала обработки можно получить более точные оценки.

IV. РЕЗУЛЬТАТЫ

Идентификация проводилась при помощи классического метода наименьших квадратов. В первой серии экспериментов использовались шумы с характеристиками, приведенными в таблице I. В каждом случае обрабатывалось 6 полетных участков, полученные для них результаты усреднялись.

Для повышения технологичности процесса выполнения численных экспериментов была разработана специальная процедура автоматизации.

В исходном варианте обработка заключалась в последовательном запуске двух отдельных программ – фильтрации и собственно идентификации, у каждой из которых имеются файлы настраиваемых параметров. Программы хранятся в отдельных директориях, файл с результатами работы первой программы вручную переписывался в директорию второй. Недостатками этого варианта являются высокая доля ручных операций, настройка параметров управляющих файлов, запуск нескольких программ, переписывание промежуточных файлов.

Процедура автоматизации, написанная на языке Python, выполняет указанные операции автоматически в виде непрерывной последовательности. Результаты сохраняются в файлах формата Excel. Безусловно, процедура также требует предварительной настройки, заключающейся в вводе списка обрабатываемых файлов и настраиваемых параметров.

Наибольшая экономия времени достигается в тех случаях, когда данные обрабатываются многократно с изменением одного или нескольких параметров, так как весь процесс обработки выполняется автоматически. В

результате исследователь полностью освобождается от ручных операций, на его долю остается только неформальная задача анализа результатов. Достоинство предложенной процедуры также в том, что не требуется вносить изменения в основные программы, работоспособность которых подтверждена ранее.

Вначале рассматривался интервал обработки равный 20 с. Удастся получить хорошее соответствие между оценками и заданными значениями. Относительная ошибка в определении постоянной тяги составила порядка 0,6-0,8 %, несколько больше при более высоком уровне шума. Для постоянного коэффициента силы сопротивления относительная ошибка составляет около 1,5 %. При этом оценки, основанные на использовании СКО и числа обусловленности, близки между собой, хотя относительная ошибка у СКО несколько меньше. Для остальных параметров коэффициента силы сопротивления относительные ошибки составляют доли процента для СКО и порядка процента при использовании числа обусловленности. С увеличением шума ошибки возрастают, но незначительно.

При увеличении длины окна до 40 с наблюдается повышение точности оценок, связанное с осреднением. Относительная ошибка определения постоянной тяги для обоих способов уменьшается до 0,3 %. В то же время относительная ошибка для постоянного коэффициента силы сопротивления при использовании СКО снижается до 1 %, а с использованием числа обусловленности заметно не изменяется. Относительные ошибки определения параметров коэффициента силы сопротивления при угле атаки несколько уменьшаются с увеличением интервала обработки.

Рассмотрение более высокого уровня шума показало, что результат меняется не сильно. При этом можно отметить, что оценки, получаемые с использованием СКО, оказываются, как правило, более точными, чем основанные на числе обусловленности.

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной статье рассматривался выбор параметров алгоритма идентификации на примере решения задачи определения силы тяги и коэффициента силы сопротивления.

Варьирование таких параметров алгоритма идентификации, как длина интервала обработки и условия выбора решения позволяет уменьшить относительные погрешности. Увеличение интервала обработки ведет к большему осреднению данных, что повышает качество оценок при наличии шума. Как правило, более точными оказываются оценки, полученные на основании СКО параметров. Это может быть связано с меньшей устойчивостью к шумам вычисления собственных значений матрицы, необходимых для оценки числа обусловленности. Дополнительным преимуществом использования оценки по СКО является то, что матрица (7) необходима для использования метода наименьших квадратов, а значит интересующий нас параметр достаточно легко получить, не прибегая к дополнительным вычислениям.

На данных, полученных на стенде полунатурного мо-

делирования, продемонстрировано, что с шумами, близкими к наблюдаемым при проведении летных экспериментов, удастся получить оценки силы тяги и параметров коэффициента силы сопротивления с достаточной точностью.

БИБЛИОГРАФИЯ

- [1] *Справочник по теории управления*, А. А. Красовский, ред. М.: Наука, 1987.
- [2] С. М. Ермаков, А. А. Жиглявский, *Математическая теория оптимального эксперимента*. М.: Наука, 1987.
- [3] О. Н. Корсун, Б. К. Поплавский, С. Ю. Приходько, «Алгоритм раздельной идентификации сил тяги и аэродинамического сопротивления, устойчивый к шумам бортовых измерений,» *Полет. Общероссийский научно-технический журнал*, № 5, с. 8-14, 2018.
- [4] R. V. Jategaonkar, *Flight vehicle system identification: a time domain methodology*, Reston: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2006.
- [5] *Аэродинамика, устойчивость и управляемость сверхзвуковых самолетов*, Г. С. Бюшгенс, ред. М.: Наука. Физматлит, 1998.
- [6] О. Н. Корсун, *Методы параметрической идентификации технических систем*. М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2011.

Selection of meta parameters in an ill-conditioned identification problem using the example of separate estimation of aircraft thrust

O.N. Korsun, V. D. Lyakhov, A. V. Stulovskii

Abstract — This article discusses the issue of choosing meta parameters when solving an ill-conditioned identification problem. The influence of the length of the sliding interval and the choice of the target functional is studied. The problem is studied using the example of the problem of separate identification of thrust and drag force coefficient. The results of applying the described approaches to analyze data obtained on aircraft flight simulation facilities are presented. This article examines the issue of choosing meta parameters when solving an ill-conditioned identification problem, the main feature of which is that small errors in the input data greatly affect the final result. There are many heuristic approaches to solving this type of problem. This work examines the influence of the length of the sliding interval and the choice of the target functional. The problem is considered using the example of separate identification of thrust force and drag force coefficients, which is an imminent part of aircraft flight tests, since the value of thrust characterizes their operational capabilities in an essential way. Therefore, estimation of the thrust value is a mandatory stage of flight testing. To regularize the problem, a special test flight maneuver is proposed, based on the following considerations. Let us assume that the thrust force remains constant at a constant engine operating mode, a constant altitude and a small change in flight speed. Then, to ensure the identifiability of the system, it is necessary to carry out speed changes, the amplitude of which is small compared to the steady-state value, so that the thrust could be considered constant during the processing interval. In particular, changing the speed at a constant engine operating mode may be achieved by performing a series of dives and pitches with a small trajectory inclination. Using the data obtained at the simulation bench, it was demonstrated

that with noises close to those observed during flight experiments, it is possible to obtain estimates with sufficiently high accuracy.

Key words — ill-conditioned identification problem, aircraft flight simulation.

REFERENCES

- [1] Handbook of control theory, A. A. Krasovskiy, ed. Moscow, Nauka, 1987. [In Rus]
- [2] S.M. Ermakov, A.A. Zhiglyavskiy, *Mathematical theory of optimal experiment*. Moscow, Nauka, 1987. [In Rus]
- [3] O.N. Korsun, B.K. Poplavskiy, S.Yu. Prikhodko, "Algorithm for separate identification of thrust forces and aerodynamic drag, resistant to on-board measurement noise," *Polet. All-Russian Scientific and Technical Journal*, no. 5, pp. 8-14, 2018. [In Rus]
- [4] R.V. Jategaonkar, *Flight vehicle system identification: a time domain methodology*, Reston, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2006.
- [5] *Aerodynamics, stability and controllability of supersonic aircraft*, G. S. Byushgens, ed. Moscow, Science. Fizmatlit, 1998. [In Rus]
- [6] O.N. Korsun, *Methods for parametric identification of technical systems*. Moscow, MSTU im. N. E. Bauman, 2011.

About the authors

O. N. Korsun, State Research Institute of Aviation Systems (GosNIIAS), Moscow, (e-mail: marmotto@rambler.ru).

V. D. Lyakhov, State Research Institute of Aviation Systems (GosNIIAS), Moscow, (e-mail: lyakhov_vd@gosniias.ru).

A. V. Stulovskii, State Research Institute of Aviation Systems (GosNIIAS), Moscow, (e-mail: avstlv@gosniias.ru).