

# Управление вибрации Шимми с использованием робастного прогностического управление модели

А. Отман Шериф

**Аннотация**— Шимми представляет собой явление интенсивных угловых автоколебаний колеса экипажа. Подобные автоколебания создают собой серьезную угрозу безопасности движения, чем и объясняется большой интерес исследователей к этому явлению. Наиболее острой эта проблема является для передних колес самолетов. В данной работе модель динамики шимми шасси самолета, исследуется со следующими переменными параметрами; длина ролика, скорость руления и жесткость пружины. Рассматриваемая линеаризованная система шасси представляет собой типичную систему с линейным изменением параметров, матрицы пространства состояний которой являются функциями этих изменяющихся параметров. Задача управления - довести угол рыскания до нуля, чтобы подавить шимминг, когда система шасси подвержена неопределенностям, которые заключаются в изменении скорости руления и длины поворотного колеса во время посадки; кроме того, жесткость пружины на кручение рассматривается как вероятностный неопределенный параметр. Таким образом, рассматриваются как изменяющиеся во времени, так и вероятностные неопределенные параметры. По сравнению с двумя текущими надежными средствами управления прогнозированием модели, предлагаемый контроллер шимми может эффективно подавлять шимми с помощью более эффективных вычислений. Для проверки эффективности предложенного алгоритма результаты моделирования моделируются с помощью программного обеспечения MATLAB, а его производительность и эффективность проверяются и обсуждаются с использованием сравнительного анализа.

**Ключевые слова**— нелинейное оптимальное управление, прогностическое управление модели, робастность, шимми-вибрация, LPV, LMI.

## I. ВВЕДЕНИЕ

Актуальность изучения «шимми» объясняется большой опасностью данного типа колебаний, возникающих на больших скоростях движения. Даже самые опытные гонщики могут попасть в связанную с «шимми» аварийную ситуацию, что регулярно наблюдается в

соревнованиях на трассах шоссейно-кольцевых мотогонки. В авиации были случаи разрыва колес и излома стоек шасси, разрушение крыльев самолетов и лопастей вертолетов.

Шимми-вибрация может привести к серьезным проблемам, таким как чрезмерный износ, сокращение срока службы деталей редуктора, проблемы с безопасностью и дискомфорт для пилотов и пассажиров. Для подавления колебательного движения в самолетах Боинг 737 и Airbus A-320 в качестве обычной превентивной меры используется амортизатор. Однако, как упоминалось в [3], требования к шимми-демпфированию часто противоречат хорошему управлению направлением на высокой скорости; кроме того, после завершения проектирования шасси не могут быть изменены конструктивные параметры для подавления шимми. Следовательно, когда в системе шасси возникают внешние помехи или неопределенные параметры, дальнейшие действия предприниматься не могут. В некоторых рабочих ситуациях, таких как изношенные детали, суровые климатические условия и грубая пробегка, стратегия активного контроля может быть эффективной для контроля вибрации. С появлением высокоскоростных и высоконадежных микропроцессоров, используемых в реализации контроллеров, идея активно управляемых шасси получила новый импульс [4]. Несмотря на то, что концепция активного шасси не нова (начатая в семидесятых годах), ни один серийный самолет еще не оборудован такой системой, как сообщается в [5].

Кроме того, мало исследований по разработке стратегии управления, которая может иметь дело с изменяющимися во времени параметрами и неопределенностью шасси. Далее представлена динамическая модель шасси.

## II. LPV ШИММИ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Рассматривается модель шасси летательного аппарата, описанная в [4, 5] и также показанная на Рис.1. Согласно [4], уравнения в пространстве состояний линеаризованной модели могут быть записаны как:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ z(t) &= Cx(t)\end{aligned}$$

Статья отправлено в 23 февраля 2022.

Отман шериф Абделлillah, Кафедра дифференциальных уравнений, математического и численного анализа, Аспирант, Нижегородский государственный университет им Н. И. Лобачевского, Нижний Новгород, Россия. (Email: abdouiitmm@gmail.com)

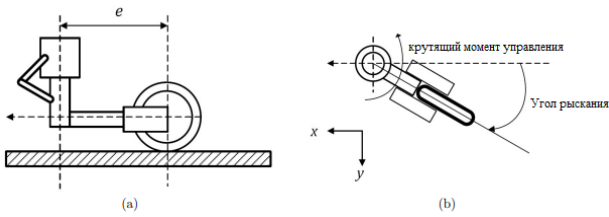


Рис. 1. (а) вид сбоку и (б) вид сверху модели Шасси.

Где,  $x = \begin{pmatrix} \psi \\ \dot{\psi} \\ y \end{pmatrix}$ , -вектор состояния системы, включая

угол рыскания  $\psi(\text{rad})$ , скорость рыскания  $\dot{\psi}(\text{rad/s})$  и боковое отклонение  $y(\text{м})$ .  $z$  - выходной сигнал системы, угол рыскания. Также матрицы  $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ ,  $B \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$  и  $C \in \mathbb{R}^{1 \times 3}$  определяются следующим образом:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -K/I_z & -\frac{c}{I_z} + \frac{k}{VI_z} & \frac{F_z}{I_z\sigma} (C_{M\alpha} - eC_{F\alpha}) \\ V & e - a & -V/\sigma \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ k_e \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$C = (1 \quad 0 \quad 0)$$

В этой модели скорость руления  $V(\text{м/с})$ , длина ролика колеса  $e(\text{м})$  и жесткость крутильной пружины  $K(\text{N.m/rad})$  рассматриваются как переменные параметры. Значения фиксированных параметров приведены в таблице 1.

таблица 1 - Параметры модели.

параметр	Значение	Единица
половина длины контакта, $\alpha$	0.1	$m$
Момент инерции, $I_z$	1	$Kg.m^2$
векторная сила, $F_z$	9000	$N$
Константа демпфирования при кручении, $c$	20	$\frac{N.m}{rad.s}$
Производная боковой силы, $C_{F\alpha}$	20	$\frac{1}{m}$
Производная момента, $C_{M\alpha}$	-2	$\frac{rad}{rad}$
Жесткость пружины кручения, $k$	-270	$\frac{N.m^2}{rad.s}$
Продолжительность релаксации, $\sigma = 3 \times \alpha$	0.3	$m$
Постоянная момента, $k_e$	10000	$\frac{N.m}{volt}$

Предполагается, что шасси рулежит по взлетно-посадочной полосе с изменяющейся скоростью руления от  $80 \text{ м/с}$  до  $20 \text{ м/с}$  в течение 3 секунд. Скорость руления имеет решающее значение в анализе шимми. В [4] сообщалось, что более низкая скорость руления приводит к большей устойчивости, и шасси становится

устойчивым при более низкой скорости  $10 \text{ knots}$  ( $5,144 \text{ м/с}$ ). В [3] также сообщается, что вибрация шимми увеличивается с увеличением скорости. Предполагается, что до приземления самолет будет двигаться со скоростью менее  $150 \text{ knots}$  ( $77,2 \text{ м/с}$ ).

Кроме того, конструкторы шасси рассматривают длину ролика,  $e$ , как изменяющийся во времени параметр [3], и теперь он рассматривается как еще один неопределенный параметр, который принадлежит к следующему набору:  $e \in [0.1, 0.5]$ .

Кроме того, постоянная крутильной пружины  $K$  считается неопределенным параметром. Для этого параметра рассматривается гауссовское распределение вероятностей со средним значением  $100000 \text{ N.m/rad}$  и стандартным отклонением, равным  $8500$ . Функция распределения вероятностей (PDF) этого неопределенного параметра показана на рисунке 2.

Вектор неопределенных параметров определяется как  $p = \{V, e, K\} \in \Omega$ , который является элементом замкнутого гиперкуба  $\Omega = [V_m, V_M] \times [e_m, e_M] \times [K_m, K_M] \in \mathbb{R}^3$ . Значения параметров в  $\Omega$  рассматриваются как  $V_m = 20$ ,  $V_M = 80$ ,  $e_m = 0.1$ ,  $e_M = 0.5$ ,  $K_m = 75000$  и  $K_M = 125000$ .

Чтобы исследовать влияние неопределенностей на стабильность, с помощью метода HSS генерируется 100 образцов из  $\Omega$ . Следует отметить, что Гауссово распределение вероятностей, показанное на рисунке 2, используется для генерации вероятностных выборок  $K$  с неопределенным параметром.

На рисунке.3 показаны полюса разомкнутого типа для 100 образцов.

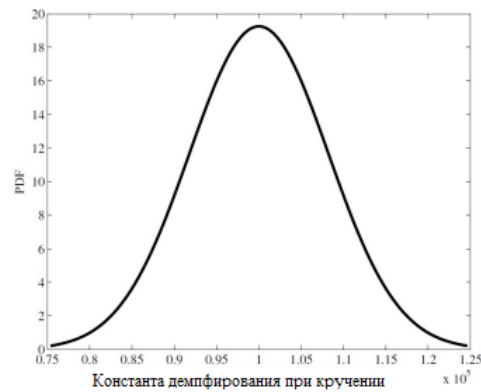


Рис. 2. PDF постоянной крутильной пружины ( $K$ ).

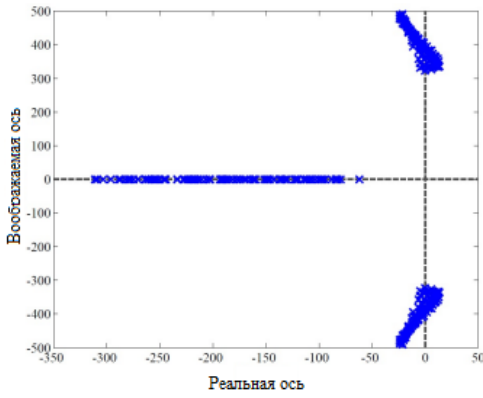


Рис. 3. Положение неопределенных Шимми полюсов с разомкнутым контуром.

Таблица 2 - Среднее значение ошибки между фактической и приближительной функцией:

Весовые функции Номер:	Среднее значение ошибки
$3 \times 2 \times 2$	0.011
$2 \times 2 \times 2$	0.013
$1 \times 2 \times 2$	0.014

Полученные результаты показывают, что 36 из 100 систем имеют полюса в правой полуплоскости, это означает, что вероятность неустойчивости для этой системы составляет 36% относительно учтенных неопределенностей. Кроме того, большинство доминирующих полюсов расположены близко к воображаемой оси, что приводит к колебательному поведению с большим выбросом. Следовательно, разработанный контроллер должен обеспечивать стабильную и робастную работу.

Модель с дискретным временем вместо динамической модели с непрерывным временем, приведенной в [1], используется для проектирования MPC. Модель пространства состояний шасси с дискретным временем может быть записана как:

$$x(t+1) = A_d x(t) + B_d u(t)$$

где  $A_d$  и  $B_d$  - дискретная система времени и входные матрицы, определенные следующим образом:  $A_d = e^{hA}$ ,  $B_d = A^{-1}(e^{hA} - I)B$  а  $h$ -интервал выборки, равный 0,01 в этом стержне.

Для создания Гиперпрямоугольной N-мерной пространственной сетки и с использованием преобразования модели TP [1], генерируются 100 выборок в каждом измерении с использованием методов HSS для дискретизации.

Используем  $A_d$  и  $B_d$  для дискретизации системы приводит к изменению как системной, так и входной матрицы во времени.

Системную матрицу полученной модели LPV можно записать в виде:  $S = (A_d \ B_d)$

Как упоминалось ранее, плотность выборочных сеток считается равной  $100 \times 100 \times 100$ . После использования метода HOSVD для каждого трехмерного тензора  $S \in \mathbb{R}^{100 \times 100 \times 100 \times 3 \times 4}$ , ненулевые особые значения в каждом измерении получают следующим образом:

$$\begin{aligned} \sigma_1^{(1)} &= 269.4 & \sigma_1^{(2)} &= 268.1 & \sigma_1^{(3)} &= 269.3 \\ \sigma_2^{(1)} &= 0.061 & \sigma_2^{(2)} &= 26.2 & \sigma_2^{(3)} &= 7.7 \\ \sigma_3^{(1)} &= 0.009 & & & & \end{aligned}$$

Чтобы снизить вычислительную нагрузку на дизайн элемента управления, необходимо найти компромисс между сложностью и точностью. На основе полученных сингулярных значений можно получить три разные модели. Если все ненулевые особые значения сохраняются, модель TP имеет  $3 \times 2 \times 2 = 12$  весовых функций, количество которых совпадает с числом вершин. Кроме того, модели с  $2 \times 2 \times 2 = 8$  или  $1 \times 2 \times 2 = 4$  вершинами можно выделить, отбросив  $\sigma_3^{(1)}$  или оба  $\sigma_2^{(1)}$  и  $\sigma_3^{(1)}$ .

Среднее значение ошибки между реальной моделью LPV и моделями TP, протестированными на 100 образцах, приведено в таблице 3.3. Как видно, ошибка между компактной моделью HOSVD ( $3 \times 2 \times 2$ ) и сокращенной ( $1 \times 2 \times 2$ ) невелика; следовательно, сочетание точности со сложностью и выбор небольшого количества вершин могут привести к разработке MPC в реальном времени. Ошибка между компактным тензором  $S$  и редуцированным тензором  $\hat{S}$  при отбрасывании сингулярных значений  $\sigma_2^{(1)}$  и  $\sigma_3^{(1)}$  может быть приблизительно выражено:

$$\|S - \hat{S}\|^2 \leq (\sigma_2^{(1)})^2 + (\sigma_3^{(1)})^2 \approx 0.003.$$

Таким образом, результаты показывают, что модель шасси самолета может быть приблизительно задана в виде политопной модели на основе HOSVD с минимумом  $1 \times 2 \times 2 = 4$  линейных инвариантных во времени LTI вершинных моделей. Весовые функции типа нормализации суммы (SN) и неотрицательности (NN) используются [30] для получения выпуклой модели TP, которая может удовлетворять условиям проектирования управления LMI. Весовые функции для всех трех моделей показаны на рисунке 4. Матрицы системы LTI политопической модели TP:

$$A_{d_{1,1,1}} = \begin{pmatrix} 0.94 & 0.001 & -0.183 \\ -121.61 & 0.83 & -345.69 \\ 0.018 & 0.0004 & 0.76 \end{pmatrix}$$

$$B_{d_{1,1,1}} = \begin{pmatrix} 0.048 \\ 93.75 \\ 0.022 \end{pmatrix}$$

$$A_{d_{1,1,2}} = \begin{pmatrix} 0.96 & 0.001 & -0.184 \\ -85.01 & 0.85 & -348.13 \\ 0.027 & 0.0004 & 0.76 \end{pmatrix}$$

$$B_{d_{1,1,2}} = \begin{pmatrix} 0.048 \\ 94.38 \\ 0.022 \end{pmatrix}$$

$$A_{d_{1,2,1}} = \begin{pmatrix} 0.94 & 0.001 & -0.057 \\ -118.75 & 0.91 & -109.29 \\ 0.045 & 0 & 0.84 \end{pmatrix}$$

$$B_{d_{1,2,1}} = \begin{pmatrix} 0.049 \\ 96.71 \\ 0.001 \end{pmatrix}$$

$$A_{d_{1,2,2}} = \begin{pmatrix} 0.96 & 0.001 & -0.057 \\ -80.97 & 0.93 & -110.05 \\ 0.045 & 0 & 0.84 \end{pmatrix}$$

$$B_{d_{1,2,2}} = \begin{pmatrix} 0.049 \\ 97.36 \\ 0.001 \end{pmatrix}$$

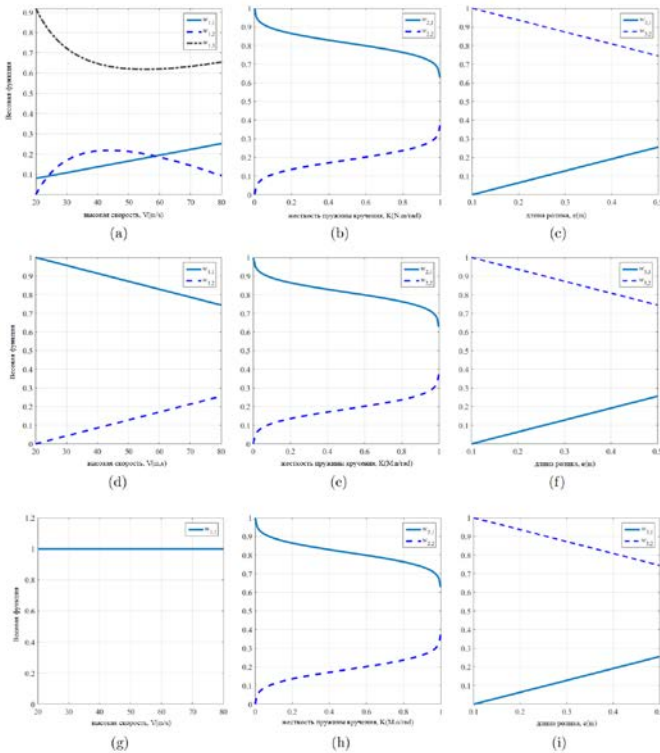


Рис. 4. Весовые функции типа SNNN модели TP для (a-c)  $3 \times 2 \times 2$ , (d-f)  $2 \times 2 \times 2$  и (h-i)  $1 \times 2 \times 2$  вершинных моделей

Дискретно-временная TP-модель системы шасси самолета может быть записана следующим образом:

$$x(t+1) = S(p) \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 w_{2,i}(e) w_{3,j}(K) (A_{d_{1,i,j}} x(t) + B_{d_{1,i,j}} u(t)),$$

Где  $w_{2,i}$ ,  $i = 1, 2$  и  $w_{3,j}$ ,  $j = 2, 3$  являются весовыми функциями, также  $w_1$  - весовая функция для  $V$ , которая равна 1 для всех значений  $V$  (показано на рисунке 4. g).

Система  $(A_d | B_d)$  изменяется в многограннике  $\Omega$  (выпуклой оболочке) вершин  $(A_{d_{1,1,1}} | B_{d_{1,1,1}})$ ,  $(A_{d_{1,1,2}} | B_{d_{1,1,2}})$ ,  $(A_{d_{1,2,1}} | B_{d_{1,2,1}})$  и  $(A_{d_{1,2,2}} | B_{d_{1,2,2}})$  удовлетворяющие условиям выпуклости.

Задача управления - разработать Надежное MPC для системы LPV на основе вершинных моделей LTI.

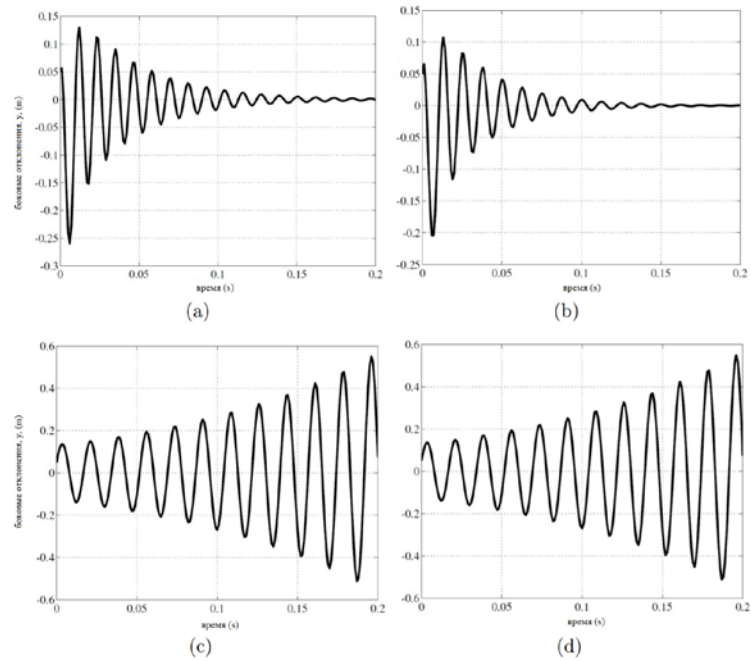


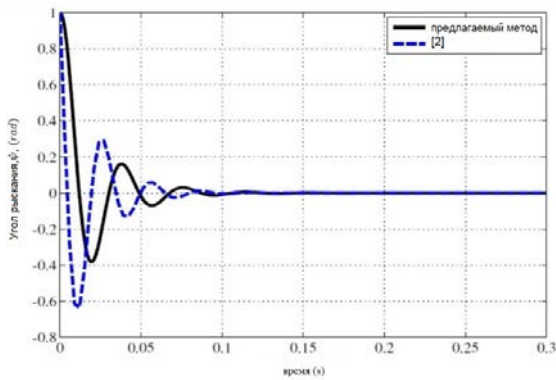
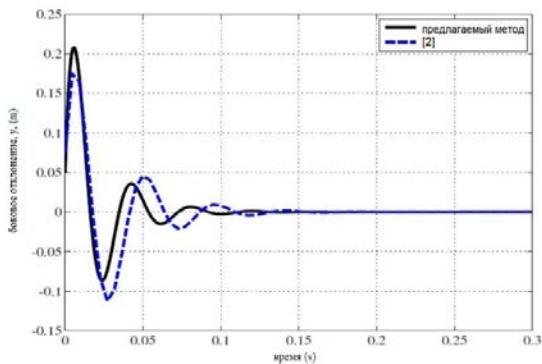
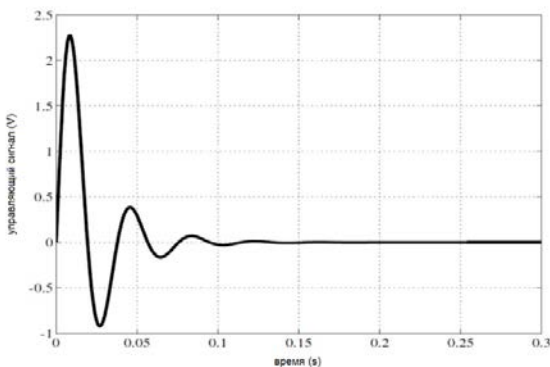
Рис. 5: Боковое отклонение ( $m$ ) при рулении для: (a) вершины 1, (b) вершины 2, (c) вершины 3 и (d) вершины 4 без контроллера.

### III. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Целью управления шимми является асимптотическое подавление вибрации от рыскания с низким перерегулированием и коротким временем стабилизации во время процесса посадки, а также робастная стабилизация системы шасси.

На рисунке 5 показана колебательная вибрация шасси при боковом отклонении без контроллера для различных вершин. Видно, что две вершины устойчивы (вершина 1 и 2) с высокочастотным колебанием, а две вершины неустойчивы (вершина 3 и 4). Следовательно, разработанный контроллер с обратной связью по состоянию должен стабилизировать неустойчивую систему шасси с хорошим управлением по направлению на высокой скорости.

При разработке контроллера ограничения на вход и выход управления считаются равными  $2,5 \text{ Volt}$  и  $1 \text{ Rad}$  соответственно. Начальные условия для состояния  $[\psi, \dot{\psi}, y]^T = [1, 0, 0.05]^T$ . Кроме того, весовые матрицы для робастного MPC выбираются как  $Q = I_{3 \times 3}$  и  $R = 1$ . В схеме управления шимми все задействованные LMI эффективно решаются с помощью Matlab + YALMIP Toolbox[24].

Рис.6. Угол рыскания ( $rad$ ) в руленииРис.7. Боковое отклонение ( $m$ ) в руленииРис. 8. Управляющий сигнал ( $Volt$ ).

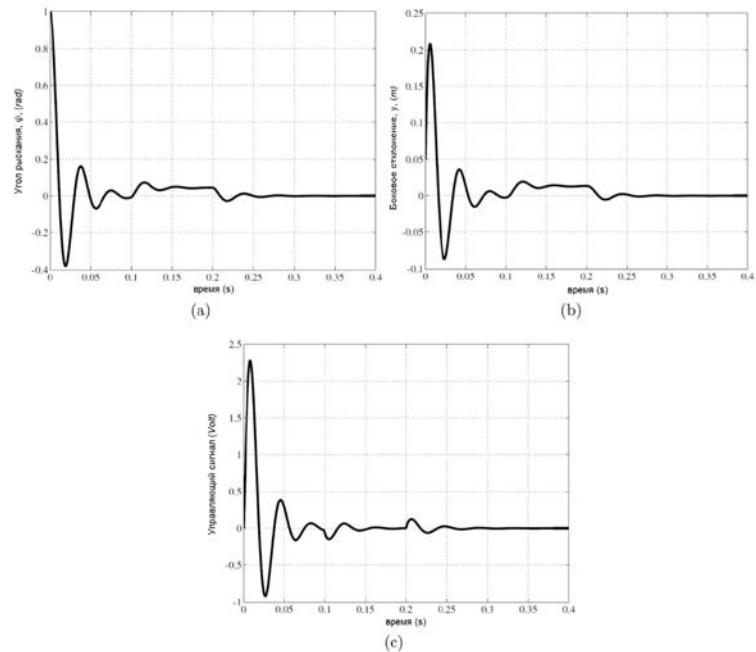
Результаты моделирования показаны на рисунках 6, 7 и 8.

Видно, что и угол рыскания, и боковое отклонение приближаются к нулю менее чем за  $0,15$  секунд. Корпус шасси не должен иметь больших шимминг, и шимминг-колебания должны рассеиваться как можно быстрее; таким образом, разработанный контроллер демонстрирует многообещающие характеристики и робастную стабильность при наличии неопределенностей. Кроме того, результаты из [4] показаны на рисунках 6 и 7. Можно видеть, что сходимость состояний почти такая же, как в [4], с меньшим перерегулированием при работе со скоростью руления. Однако следует отметить, что в [4] только скорость руления рассматривалась как изменяющийся параметр, и в этой статье рассматриваются три изменяющихся параметра. Предлагаемый робастный MPC в [4] не может справиться со случаем, когда

система подвергается воздействию переменной длины ролика и торсионной пружины.

Для исследования способности подавления возмущений предлагаемым методом система подвергается воздействию внешних возмущений. В этом исследовании возмущение с шагом  $0,2$  Volt на входе рассматривается в момент времени  $0,1$  секунд, который длится 10 временных шагов.

Очевидно, что контроллер может справиться с помехами и стабилизировать систему с небольшим перерегулированием и временем установления.

Рис.10. (a) Угол рыскания, (b) Боковое отклонение и (c) Управляющий сигнал со ступенчатым возмущением в  $0,1$  сек.

#### IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Согласно результатам моделирования, предложенный метод может быть эффективно использован для проектирования робастного MPC для системы LPV, который показывает хорошие характеристики и надежную стабильность.

Результаты моделирования демонстрируют, что модифицированный робастный MPC может эффективно подавлять колеблющуюся вибрацию для номинального рабочего диапазона самолета во время посадки, когда скорость руления изменяется от  $80$  м/с до  $20$  м/с, а длина ролика варьируется от  $0,1$  м до  $0,5$  м. Кроме того, для жесткости пружины кручения учитывается Гауссовское распределение вероятностей.

#### БИБЛИОГРАФИЯ

- [1] А. Отман Шериф, Д.В. Баландин, *Робастный дизайн модельного прогнозного управления*. Международный научный журнал «Современные информационные технологии и ИТ-образование», [S.1.], v. 17, n. 4, dec. 2021. ISSN 2411-1473. Доступно на: <http://sitito.cs.msu.ru/index.php/SITITO/article/view/770>.

- [2] M. Fallah, S. Long, W. Xie, and R. Bhat, *Robust model predictive control of shimmy vibration in aircraft landing gears*, *Journal of Aircraft*, vol. 45, no. 6, pp. 1872–1880, 2008.
- [3] I. Jocelyn et al., *An overview of landing gear dynamics*, 1999.
- [4] P. Baranyi, “Tp model transformation as a way to lmi-based controller design,” *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 51, no. 2, pp. 387–400, 2004.
- [5] G. Somieski, “Shimmy analysis of a simple aircraft nose landing gear model using different mathematical methods,” *Aerospace Science and Technology*, vol. 1, no. 8, pp. 545 – 555, 1997.
- [6] M. Morari and J. H. Lee, “Model predictive control: past, present and future,” *Computers; Chemical Engineering*, vol. 23, no. 45, pp. 667 – 682, 1999. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0098135498003019>
- [7] S. P. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan, *Linear matrix inequalities in system and control theory*. *Siam*, 1994, vol. 15.
- [8] B. A. Smith, S. P. Kenny, and L. G. Crespo, “Probabilistic parameter uncertainty analysis of single input single output control systems,” *NASA report*, TM-2005-213280, 2005.
- [9] P. Baranyi, Y. Yam, D. Tikik, and R. J. Patton, “Trade-off between approximation accuracy and complexity: Ts controller design via hosvd based complexity minimization,” in *Interpretability Issues in Fuzzy Modeling*. Springer, 2003, pp. 249–277.
- [10] D. V. Balandin, M. M. Kogan *An optimization algorithm for checking feasibility of robust  $H_\infty$ -control problem for linear time-varying uncertain systems// International Journal of Control*. 2004. V. 77. No. 5. P. 498-503.
- [11] Д. В. Баландин, М. М. Коган, *Синтез оптимальных линейно-квадратичных законов управления на основе линейных матричных неравенств*, Автомат. и телемех, 2007. — 280 p. - ISBN 978-5-9221-0780-8.
- [12] P. Baranyi, A. R. Varkonyi-Koczy, Y. Yam, and R. J. Patton, “Adaptation of ts fuzzy models without complexity expansion: Hosvd-based approach,” *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, vol. 54, no. 1, pp. 52–60, 2005.
- [13] M. V. Kothare, V. Balakrishnan, and M. Morari, “Robust constrained model predictive control using linear matrix inequalities,” *Automatica*, vol. 32, no. 10, pp. 1361–1379, 1996.
- [14] F. A. Cuzzola, J. C. Geromel, and M. Morari, “An improved approach for constrained robust model predictive control,” *Automatica*, vol. 38, no. 7, pp. 1183 – 1189, 2002.
- [15] N. Wada, K. Saito, and M. Saeki, “Model predictive control for linear parameter varying systems using parameter dependent lyapunov function,” in *Circuits and Systems, 2004. MWSCAS'04. The 2004 47th Midwest Symposium on*, vol. 3. IEEE, 2004, pp. iii–133.

# Shimmy vibration control using robust model predictive control

A. Otmane Cherif

**Abstract**— Shimmy vibration is a very important common phenomenon in the landing gear system during either the take-off or landing of an aircraft. Shimmy vibration is the lateral and torsional vibrations in the wheel of the aircraft that is self-excited and causes instability in high speed performances which can damage the landing gear of the aircraft, its fuselage and even may result in hurting the passengers. In this paper, the aircraft landing gear shimmy dynamics model is studied with the following variable parameters; caster length, taxiing velocity and spring stiffness. The considered linearized landing gear system is a typical Linear Parameter Varying system, whose state-space matrices are functions of those varying parameters. The control objective is to steer the yaw angle to zero in order to suppress the shimmy when the landing gear system is subjected to uncertainties, which are varying taxiing velocity, and wheel caster length during landing; also, to rsonial spring stiffness is considered as the probabilistic uncertain parameter. Therefore, both time-varying and probabilistic uncertain parameters are considered. Compared with two current robust model predictive controls, the proposed shimmy controller can effectively suppress the shimmy with more efficient computation. To verify the efficiency of the proposed algorithm, the simulation results are simulated by MATLAB software and its performance and efficiency are verified and discussed using comparative analysis.

**Keywords**— shimmy vibration, model predictive control, robustness, nonlinear optimal control, LPV, LMI.

## References

- [1] A. Otman sherif, D.V. Balandin, Robastnyj dizajn model'nogo prognoznoogo upravljenija. Mezhdunarodnyj nauchnyj zhurnal «Sovremennye informacionnye tehnologii i IT-obrazovanie», [S.l.], v. 17, n. 4, dec. 2021. ISSN 2411-1473. Dostupno na: <http://sitito.cs.msu.ru/index.php/SITITO/article/view/770>.
- [2] M. Fallah, S. Long, W. Xie, and R. Bhat, Robust model predictive control of shimmy vibration in aircraft landing gears, *Journal of Aircraft*, vol. 45, no. 6, pp. 1872–1880, 2008.
- [3] I. Jocelyn et al., An overview of landing gear dynamics, 1999.
- [4] P. Baranyi, “Tp model transformation as a way to lmi-based controller design,” *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 51, no. 2, pp. 387–400, 2004.
- [5] G. Somieski, “Shimmy analysis of a simple aircraft nose landing gear model using different mathematical methods,” *Aerospace Science and Technology*, vol. 1, no. 8, pp. 545 – 555, 1997.
- [6] M. Morari and J. H. Lee, “Model predictive control: past, present and future,” *Computers; Chemical Engineering*, vol. 23, no. 45, pp. 667 – 682, 1999. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0098135498003019>
- [7] S. P. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan, *Linear matrix inequalities in system and control theory*. Siam, 1994, vol. 15.
- [8] B. A. Smith, S. P. Kenny, and L. G. Crespo, “Probabilistic parameter uncertainty analysis of single input single output control systems,” *NASA report, TM-2005-213280*, 2005.
- [9] P. Baranyi, Y. Yam, D. Tikk, and R. J. Patton, “Trade-off between approximation accuracy and complexity: Ts controller design via hosvd based complexity minimization,” in *Interpretability Issues in Fuzzy Modeling*. Springer, 2003, pp. 249–277.
- [10] D. V. Balandin, M. M. Kogan An optimization algorithm for checking feasibility of robust  $H_\infty$ -control problem for linear time-varying uncertain systems// *International Journal of Control*. 2004. V. 77. No. 5. P. 498-503.
- [11] D. V. Balandin, M. M. Kogan, Sintez optimal'nyh linejno-kvadraticnyh zakonov upravlenija na osnove linejnyh matrichnyh neravenstv, *Avtomat. i telemeh*, 2007. — 280 p. - ISBN 978-5-9221-0780-8.
- [12] P. Baranyi, A. R. Várkonyi-Kóczy, Y. Yam, and R. J. Patton, “Adaptation of ts fuzzy models without complexity expansion: Hosvd-based approach,” *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, vol. 54, no. 1, pp. 52–60, 2005.
- [13] M. V. Kothare, V. Balakrishnan, and M. Morari, “Robust constrained model predictive control using linear matrix inequalities,” *Automatica*, vol. 32, no. 10, pp. 1361–1379, 1996.
- [14] F. A. Cuzzola, J. C. Geromel, and M. Morari, “An improved approach for constrained robust model predictive control,” *Automatica*, vol. 38, no. 7, pp. 1183 – 1189, 2002.
- [15] N. Wada, K. Saito, and M. Saeki, “Model predictive control for linear parameter varying systems using parameter dependent lyapunov function,” in *Circuits and Systems, 2004. MWSCAS'04. The 2004 47th Midwest Symposium on*, vol. 3. IEEE, 2004, pp. iii–133.